ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CLII.

ANNALEN
DER
PHYSIK
UND
CHEMIE.

SECHSTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

ZWEITER BAND.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1874.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTZWEIUNDFUNFZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDACHTUNDZWANZIGSTER.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1874.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

Inhalt

des Bandes CLI der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

(*Geschlossen am* 19. *Juni* 1874.)

Zweites Stück.

(*Geschlossen am* 26. *Juli* 1874.)

Drittes Stück.

(*Geschlossen am* 26. *September* 1874.)

Viertes Stück.

(*Geschlossen am* 26. *September* 1874.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. — G. vom Rath S. 41.

Taf. II. — Petruschewski, Fig. 1 bis 4, S. 54.

Taf. III. — Petruschewski, Fig. 1 u. 2, S. 45; Fig. 3, S. 47; Fig. 4 u. 5, S. 50; Fig. 6, S. 51; Fig. 7, S. 52; Fig. 8, S. 53; Fig. 9, S. 56; Fig. 10 u. 11, S. 61; Fig. 12, S. 65. — Laspeyres Fig. 13, S. 142; Fig. 14, S. 146.

Taf. IV. — Junghann, Fig. 1 u. 2, S. 80; Fig. 3, 4 u. 5, S. 82 und 92; Fig. 6, S. 93. — Brongersma, Fig. 7, S. 218; Fig. 8, S. 202.

Taf. V. — Groth, Fig. 1, S. 254; Fig. 2, S. 266; Fig. 3 u. 4, S. 267; Fig. 5, S. 268; Fig. 6 bis 9, S. 269; Fig. 10, S. 271; Fig. 11, S. 272; Fig. 12, S. 274; Fig. 13, S. 275; Fig. 14, S. 277; Fig. 15, S. 278; Fig. 16 u. 17, S. 284; Fig. 18, S. 285; Fig. 19 u. 20, S. 286. — Andrews, Fig. 21, S. 314; Fig. 22, S. 318; Fig. 23, S. 319; Fig. 24, S. 320; Fig. 25, S. 326.

Taf. VI *a* u. *b* (fälschlich als Taf. V *a* u. *b* bezeichnet). — Baumgarten, Fig. 1 bis 4, S. 377.

Taf. VII. — Schiller, Fig. 1, S. 539; Fig. 2, S. 551; Fig. 3, S. 539; Fig. 4, S. 540. — Bleekrode, Fig. 5 u. 6, S. 635.

Berichtigungen.

Zum Jubelband.

Im Aufsatz von A. de la Rive und E. Sarasin mufs S. 473 Z. 8 v. u. der Satz: Benutzten wir usw. so heifsen: Benutzten wir bei den Versuchen die grofse Glocke, so erhielten wir gar keine Vergröfserung der Intensität, eine kleine oder eine grofse, je nachdem wir als negative Elektrode eine grofse Kugel, eine kleinere Kugel oder eine Spitze benutzten. — [In der französischen Uebersetzung dieses Aufsatzes, in den *Archives d. Sciences de la Biblioth. univ. Mai* 1874 ist diese Berichtigung noch ausführlicher gegeben.]

Im Aufsatz von J. J. Müller, Bd. 145.

S. 122 mufs die Formel in der Anmerkung heifsen:

$$n = \frac{\frac{2h}{\lambda}\sin^2\frac{i}{2}}{\frac{2h}{\lambda}\sin^2\frac{i}{2} - \varphi}$$

Im Aufsatz von O. E. Meyer, Bd. 151.

S. 110 Z. 27 statt: 77 lies: 78
S. 113 Z. 8 statt: X lies: X_x

Im Aufsatz von W. Veltmann, Bd. 151.

S. 514 Z. 3 v. o. statt: stets lies: selbst
S. 514 Z. 17 v. o. statt: Scheibenfläche lies: Scheibe
S. 514 Z. 17 v. o. statt: werde lies: wird
S. 514 Z. 13 v. u. statt: dieselbe lies: dieselben
S. 515 Z. 13 v. u. statt: so lies: statt so
S. 515 Z. 15 v. u. statt: dieselbe lies: dieselben
S. 515 Z. 5 v. u. statt: die lies: der
S. 516 Z. 14 v. o. statt: entgegengesetzte lies: entgegengesetzt
S. 517 Z. 16 v. u. statt: der lies: die
S. 519 Z. 10 v. o. statt: — lies: +
S. 520 Z. 7 v. o. statt: Elektricitätsmenge lies: Elektricitätsmengen
S. 520 Z. 7 v. o. statt: derselben lies: dieselben
S. 521 Z. 1 v. u. statt: g lies: q
S. 522 Z. 1 v. o. statt: g lies: q
S. 522 Z. 4 v. o. statt: p lies: P
S. 524 Z. 2 v. u. statt: H lies: K
S. 525 Z. 1, 3 u. 5 v. o. statt: H lies: K
S. 526 Z. 18 v. u. statt: A lies: Q
S. 530 Z. 3 v. u. statt: von der lies: der
S. 530 Z. 3 v. u. statt: Conducten lies: Conductoren
S. 530 Z. 6 v. o. statt: wirkte lies: wirke

Ferner fehlt in Fig. 4 Taf. VII über dem Scheibchen bei g ein σ. In Fig. 3 Taf. VII mufs Y statt q, unterhalb des Coordinatenanfangs -1 statt $+1$ und zwischen E und Q der Buchstabe X statt H stehen.

1874. ANNALEN № 5.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLII.

I. *Mineralogische Mittheilungen;*
von G. vom Rath in Bonn.

Fortsetzung XIII [1] (hierzu Taf. I).

75. Ein neuer Beitrag zur Kenntnifs der Krystallisation und der Zwillingsbildungen des Tridymits.

Die Krystalle des Tridymits, welche meiner ersten Arbeit (s. diese Ann. Bd. 135, S. 437 — 454) zu Grunde lagen, erreichten kaum 1 Mm. Gröfse, so dafs nur eine einzige Kante, der Zwillingswinkel von 162° 32′, welchen zwei Flächen der hexagonalen Prismen bilden, mit dem Fernrohr-Goniometer gemessen werden konnte. Schon damals (1868) deutete ich auf zwei Punkte des so merkwürdigen hexagonalen Krystallsystems hin, welche nicht vollkommen aufgehellt werden konnten: die Bestimmung der Zwillingsebene und die Verbindung der Individuen zum Drilling.

Als Zwillingsebene fafste ich damals diejenige Ebene auf, welche die stumpfe einspringende Kante des Penetrationszwillings halbirt; so schien sich für dieselbe die Formel $(a : a : \infty\, a : \frac{5}{3}\, c)$, $\frac{5}{3}\, P$, zu ergeben. „Eine einfachere Relation zwischen der Zwillingsebene und dem Hexagondodekaëder würde erwünschter seyn", fügte ich damals hinzu.

Räthselhaft blieb ferner eine Erscheinung am Drilling, dafs nämlich häufig das mittlere der drei zur Gruppe verbundenen Individuen durch eine feine Furche oder Spalte symmetrisch getheilt ist. „Es hat nicht den Anschein,

1) Forts. XII s. diese Annal. Ergänzungsbd. VI, S. 198.

bemerkte ich, als ob an ein mittleres Individ sich beiderseits ein Zwillingsindivid angelegt hätte, vielmehr erscheinen zwei Zwillinge gleichsam als Bauelemente zum Drilling an einander gefügt, wobei die mittleren parallelen Hälften sich nicht immer vollständig vereinigten" (s. diese Ann. Bd. 135, S. 441). Giebt man dem Drillinge diejenige Stellung, in welcher die Axe der Durchkreuzung vertikal steht (ähnlich wie bei einem aufgeblätterten, aufrecht stehenden Buche), so sieht man jene haarfeine Linie, welche häufig den Drilling halbirt, über die vertikalen, wie über die Zuspitzungsflächen hinwegziehend. Jene Trennungslinie erschien wieder bei den Krystallen des Siebengebirges, der Auvergne und aller anderen Fundorte. Weshalb haben sich die beiden Hälften des mittleren Individs nicht immer vollständig vereinigt, sondern stehen als scheinbar parallel gestellte Krystallhälften neben einander? Diese Frage erhob sich bei jeder Betrachtung der Tridymitkrystalle von Neuem, ohne dafs sich eine Lösung gefunden hätte. Das angedeutete Problem hatte eine gewisse Verwandtschaft mit Krystallisationserscheinungen, welche die Studien über Humit, Anorthit und Leucit mich kennen lehrten. Bei diesen drei Mineralien hatte sich eine früher kaum geahnte Complication und Mannigfaltigkeit der Zwillingsbildungen herausgestellt. Die Untersuchung des Humit hatte ferner gelehrt, dafs bei demselben Mineral zwei fast vollkommen rechtwinklig zu einander geneigte Zwillingsebenen vorkommen können und dafs die Durchkreuzungszwillinge nach dem einen Gesetze sich nur wenig unterscheiden von denen des anderen. Bei dem Anorthit hatte es sich gezeigt (was auch schon früher vom Albit und den Kalknatronfeldspathen bekannt war), dafs in derselben Krystallgruppe zuweilen zwei, ja drei Zwillingsgesetze verwirklicht sind; bei dem Leucit endlich konnte dargelegt werden, dafs die Zwillingsbildung zuweilen in eine wahrhafte Polysynthesie übergehe. Als Resultat jener Studien hatte sich ergeben, dafs in vielfachen Zwillingsgruppen zwei Krystallindividuen oder Krystallstücke fast, doch kei-

neswegs genau, parallel zu einander stehen können, indem sie nämlich — zwar nicht unter sich — aber zu einem dritten Individ zwillingsverbunden sind: entweder nach demselben Gesetz (beim Leucit) oder nach verschiedenen Gesetzen (beim Anorthit). So erhob sich die Frage, ob vielleicht auch bei jenen Tridymitgruppen, deren mittleres Individ aus zwei getheilten Hälften besteht, ein complicirterer Bau nach zwei verschiedenen Zwillingsgesetzen vorliege.

Die äußerst geringe Gröſse der mir früher zur Verfügung stehenden Krystalle und ihre nicht vollkommene Ausbildung machten es lange Zeit unmöglich, jene eben angedeuteten Fragen zu lösen. Vor Kurzem nun war ich so begünstigt, zwei ausgezeichnete Stücke des Trachyts von Pachuca in Mexico mit Tridymitdrusen, eine Sendung des Prof. Ant. del Castillo an Geh. Bergrath Burkart, zur Untersuchung zu erhalten. Die Krystalle dieser Stufen erreichen eine Gröſse von 1 bis 3 Mm. und besitzen zum Theil sehr glänzende Flächen, so daſs ich zahlreiche Messungen mit dem Fernrohr-Goniometer machen konnte. Die Genauigkeit derselben wird freilich beschränkt durch die sehr geringe Gröſse der zu messenden Flächen (nur die Randflächen *a* und *p* eignen sich zu genaueren Messungen; die allein gröſser ausgebildete Fläche *c*, die Basis, giebt in Folge leichter Knickungen und Parallelverwachsungen meist doppelte oder verwaschene Bilder); die Reflexe sind nur schwach; oft nur bei Anwendung von Lampenlicht wahrnehmbar. Dennoch wurde es auf Grund jenes neuen und vorzüglichen Materials möglich, sowohl die Winkelwerthe des Tridymits mit gröſserer Genauigkeit als früher festzustellen, als auch jene beiden oben angedeuteten Fragen zu lösen.

Ein Blick auf die Tafel I lehrt, wie mannigfach und von wie ungewöhnlichem Ansehen die Zwillingsgruppen des Tridymits sind, dessen Krystallisation ein vielleicht nicht geringeres Interesse wie diejenige des Quarzes verdient.

Einfache Individuen scheinen unter den Krystallen von Pachuca, wie überhaupt unter den natürlichen Krystallen, fast gar nicht vorzukommen, während die von G. Rose künstlich dargestellten Tridymite einfache hexagonale Täfelchen bilden. An einem höchst regelmäfsig ausgebildeten Zwilling, Fig. 1, Taf. I, konnte die Combinationskante zwischen dem hexagonalen Prisma *a* und dem Dihexaëder *p*, welche früher $= 152^0\ 1\frac{1}{2}'$ gefunden war, an beiden Individuen gemessen werden $= 152^0\ 21'$ (Mittel von $152^0\ 18'$ und $152^0\ 24'$). Es berechnet sich hieraus das Axenverhältnifs des Dihexaëders:

$$a \text{ (Seitenaxe)} : c \text{ (Vertikalaxe)} = 0{,}60503 : 1.$$

Aus dem Fundamentalwinkel $a : p = 152^0\ 21'$ berechnet sich:

die Lateralkante der Grundform $= 124^0\ 42'$
die Polkante $= 127^0\ 25\frac{1}{2}$
(gemessen $= 127^0\ 28'$).

Die Krystalle, welche das Material zu diesen neuen Studien boten, zeigten, gleich den früher geschilderten, eine Combination der herrschenden Basis *c*, des ersten hexagonalen Prisma's *a*, sowie des Dihexaëders *p* dar, zu welchen Formen, mit untergeordneten Flächen, das zweite hexagonale Prisma *b*, sowie mehrere dihexagonale Prismen hinzutreten, von denen namentlich

$$i = (a : \tfrac{3}{5} a : \tfrac{3}{2} a : \infty\ c),\ \infty P \tfrac{5}{3} \text{ und}$$
$$l = (a : \tfrac{4}{9} a : \tfrac{4}{5} a : \infty\ c),\ \infty P \tfrac{9}{4}$$

gemessen wurden. Die Flächen dieser dihexagonalen Formen sind in ihrem Auftreten meist unregelmäfsig, zudem äufserst klein und häufig gewölbt.

An mehreren Krystallen konnte constatirt werden, dafs *p* vollflächig als Dihexaëder, nicht etwa als Rhomboëder auftritt.

Um den richtigen Ausdruck des Zwillingsgesetzes (Fig. 1, Taf. I) zu bestimmen und namentlich zu ermitteln, ob die Individuen mit der Zwillingsebene oder mit einer zu derselben normalen Ebene verbunden sind, wurde die Zwillingskante I a' : II a' genau gemessen $= 162^0\ 32\frac{1}{2}'$; fast völ-

lig identisch mit dem vor 6 Jahren an den Krystallen von Pachuca erhaltenen Werth $= 162^{\circ} 32'$. Die Winkel des Tridymits sind nicht vollkommen constant, denn die gleichfalls mit dem großen Goniometer ausgeführten Messungen anderer Krystalle ergaben für jene Zwillingskante folgende Werthe: $162^{\circ} 35'$, $38'$, $39'$, $42'$, $48'$. Die *Verbindungsebene* der beiden Individuen (Fig. 1) ist stets vollkommen *ebenflächig ausgebildet*, was entscheidend der Auffassung das Wort redet, daſs diese Ebene Zwillingsebene und nicht allein Berührungsebene ist. Für die den Zwilling symmetrisch theilende Fläche resultirt der Ausdruck:

$$(6\,a : 6\,a : c),\ \tfrac{1}{6}P$$ [1]).

Aus dem Fundamentalwinkel berechnet sich nämlich die Kante I a' : II a' unter Voraussetzung einer Fläche $\frac{1}{6}P$ als Zwillingsebene $= 162^{\circ} 34'$. Die Fläche $\frac{1}{6}P$ kommt nur als Zwillingsebene, nicht als Krystallfläche vor. Die Juxtappositionszwillinge des Tridymits sind demnach mit der Zwillingsebene verbunden. Gleich häufig wie diese kommen Penetrationszwillinge desselben Gesetzes vor (diese Ann. Bd. 135, Taf. V, Fig. 4, 4 *a*). Wollte man der früheren Auffassung gemäſs aus dem Fundamentalwinkel $152^{\circ} 21'$ die Zwillingsebene parallel einer Dihexaëderfläche $\frac{5}{3}P$ berechnen, so ergäbe sich die Kante I a' : II $a' = 162^{\circ} 45'$. Auch dieser Werth liegt innerhalb der oben angegebenen Messungen. Nicht ohne Interesse ist die Frage, welches der Entkantenwinkel der Grundform seyn müſste, damit die Flächen der beiden Dihexaëder $\frac{1}{6}P$ und $\frac{5}{3}P$ genau normal zu einander stehen und demnach bei dem Penetrationszwillinge sowohl die den stumpfen als die den spitzen Winkel der basischen Flächen halbirende Ebene krystallonomische Ausdrücke erhalten. Die Endkante eines Dihexaëders mit jener Eigenschaft miſst $127^{\circ} 30'$, dem gemessenen Winkelwerthe $127^{\circ} 28$ sehr nahe kommend. Es folgt aus

1) Der verewigte C. Fr. Naumann, ruhmreichen Andenkens, sprach in einem Briefe v. 1. Febr. 1870 mir bereits die Vermuthung aus, daſs die Berührungsebene zugleich Zwillingsebene und als $\frac{1}{6}P$ zu deuten sey. Vgl. dessen Elemente der Miner. Aufl. IX. S. 232 oben.

dem Gesagten, dafs die Entscheidung in Bezug auf die Zwillingsebene ob $\frac{1}{6}P$ oder $\frac{5}{3}P$ nicht so bestimmt aus den Messungen als vielmehr aus der *ebenflächigen Ausbildung der Berührungsebene* in den Juxtappositionszwillingen erfolgt. Neben jener eben angedeuteten Eigenthümlichkeit des Kantenwinkels der Grundform ist wohl auch bemerkenswerth, dafs sehr nahe gleich sind: die Zwillingskante $a' : \underline{a'} = 162^0\,34'$ und die Neigung der Zwillingsebene zur Basis $= 162^0\,21'$. Für den Zwilling Fig. 1, Taf. I berechnet sich ferner

$$\mathrm{I}\,a'' : \mathrm{II}\,a'' = 144^0\,42',$$

welcher Winkel an drei Krystallen $= 144^0\,35'$, $144^0\,48'$, $144^0\,50'$ gemessen wurde. Es ergiebt sich für den Zwillingswinkel der Basen

$$\mathrm{I}\,c : \mathrm{II}\,c = 35^0\,18'.$$

Die Flächen der Basis c sind in Folge von Knickungen fast nie mit einiger Genauigkeit zu messen.

Nach dem Zwillingsgesetze „parallel $\frac{1}{6}P$" wachsen sehr häufig auch drei Individuen zusammen und bilden theils Juxtappositions-, theils Penetrationsdrillinge. Dieselben wurden bereits früher (vgl. diese Ann. a. a. O. Figg. 3, 3*a*, 5). dargestellt. Die Ausbildung dieser für den Tridymit überaus charakteristischen Drillinge ist verschiedenartig: bald sind die drei Individuen gleichmäfsig entwickelt, wie in jenen älteren Figuren gezeichnet, bald überwiegt das mittlere, bald endlich die beiden äufseren Individuen. Ein vorherrschendes Mittelindivid ist, wesentlich naturgetreu, in Fig. 2 dargestellt. Es springen aus der centralen Tafel die Zwillingstafeln unter dem Winkel von $35^0\,18'$ resp. $144^0\,42'$ hervor. Zuweilen sieht man nur einspringende Zwillingskanten (so in der Fig. 2). Jene charakteristische Kante $a' : \underline{a'} = 162^0\,34'$ kommt wegen vorherrschender Ausbildung des Mittelindivids nicht zur Erscheinung. Die Portrait-ähnlich gezeichnete Fig. 3, eine gerade Projektion von gleicher Richtung wie Fig. 2*a*, bietet gleichfalls ein Vorherrschen des Mittelindivids dar, welchem nur auf der nach vorne (resp. unten) gewandten Seite zwei Zwilingsindividuen angefügt sind.

Sehr häufig bleibt indeſs auch das centrale Individ in der Entwickelung zurück wie es die vertikal stehende Drillingsgruppe der Fig. 9, Taf. I wiedergiebt. Die seitlichen Tafeln ragen frei, zuweilen fast gleich Flügeln, über das zurücktretende Mittelindivid hervor, welch' letzteres wohl so sehr zurückbleiben kann, daſs man es nur bei groſser Aufmerksamkeit mittelst der Lupe auffindet. Es bedingt aber dennoch die Stellung der beiden gröſseren Seitentafeln. Bei den Durchkreuzungszwillingen nach diesem Gesetze liegen die durch die centrale Tafel getrennten Theile der seitlichen Tafeln gewöhnlich nicht genau in einer Flucht, vielmehr gleichsam verschoben, wie in Fig. 2, 2*a* angedeutet. Zuweilen berühren sich die Individuen fast nur in einer mathematischen Linie.

Der Beweis für die richtige Auffassung dieser Drillinge zufolge des Gesetzes parallel $\frac{1}{6}P$ wird nicht nur durch den Augenschein, sondern auch durch Messungen geliefert. Aus dem Fundamentalwinkel leiten sich folgende Winkel des Drillings ab:

I a' : III a' = 146° 24½′	gemessen	146° 30′
I a'' : III a'' = 109° 24′	„	109° 15′ und 109 0′ (zwei Bilder) 109° 35′.
I c : III c = 70° 36′		

Dieser letztere Winkel kommt dem Kantenwinkel des regulären Tetraëders sehr nahe, eine Thatsache, deren Folge wir bei den polysynthetischen Gruppen des Tridymits kennen lernen werden. Der Drilling parallel $\frac{1}{6}P$, welcher drei Individuen nach einem Gesetze verbunden zeigt, ist auch dadurch bestimmt charakterisirt, daſs das mittlere Individ einig und ungetheilt ist.

Es kommt, wenn gleich sehr viel seltener, auch vor, daſs sich vier Individuen nach demselben Gesetze verbinden, s. Fig. 4 und 4*a*. Die Flächen I c : IV c bilden den Winkel = 105° 54′; die entsprechenden Flächen I a'' : IV a'' = 74° 6′. Der dargestellte Krystall war leider nicht genau meſsbar. Wie die Figur andeutet, scheint eine äuſserst feine Linie über die Mitte der beiden Indi-

viduen II und III zu laufen, zu deren Seiten die Flächentheile indefs vollkommen einspiegeln.

Zuweilen legen sich zwei Zwillinge mit ihrer scharfen Kante von $35^{0}\,18'$ *unregelmäfsig* an einander, so dafs sie zwar mit dieser feinen Linie an einander haften und sämmtliche vier basische Flächen in Einer Zone liegen, ohne dafs indefs die Gruppe als ein Doppelzwilling, vielmehr als eine unregelmäfsige Verwachsung zweier Zwillinge aufzufassen ist. — Aber noch ein zweites Zwillingsgesetz scheint bei dem Tridymit durchaus angenommen werden zu müssen,

„Zwillingsebene ($\frac{4}{3}\,a : \frac{4}{3}\,a : \infty\ a : c$), $\frac{3}{4}\,P$“.

Die Annahme dieses zweiten Zwillingsgesetzes erklärt, wie mir scheint, allein die gekreuzten Tafeln, welche in Fig. 5, Taf. I dargestellt sind und die merkwürdige Verwachsung, von welcher Fig. 6 eine naturgetreue Darstellung giebt. Unter Zugrundelegung dieses Gesetzes berechnet sich der Winkel, unter welchem die Flächen c beider Individuen sich schneiden

$$69^{0}\,52' \text{ resp. } 110^{0}\,8'.$$

Ferner ergiebt sich

$$\mathrm{I}\,a' : \mathrm{II}\,a' = 146^{0}\,43\tfrac{1}{2}'.$$
$$\mathrm{I}\,a'' : \mathrm{II}\,a'' = 110^{0}\,8'$$

Diese Winkel stehen demnach sehr nahe jenen, welche die Flächen der Individuen I und III des Drillings nach dem Gesetze $\frac{1}{6}\,P$ mit einander bilden.

Wenn die Annahme dieser beiden Zwillingsgesetze (weil ihre Ergebnisse einander so äufserst nahe liegen; die Drillingsindividuen des einen entsprechen den Zwillingen des andern) befremdlich oder unwahrscheinlich seyn sollte, so darf zunächst daran erinnert werden, dafs wir bei dem zweiten Typus des Humit's zwei verschiedene, doch in ihrer Erscheinungsweise sehr ähnliche Zwillingsbildungen gefunden haben. Während bei der einen gewisse homologe Flächen in Ein Niveau fallen, bilden sie bei der andern eine stumpfe einspringende Kante von $179^{0}\,27\frac{1}{3}$. Nachdem dies für den Humit bewiesen worden, kann es uns nicht befremden, etwas Aehnliches am Tridymit zu finden. Der

Beweis für eine Zwillingsbildung parallel $\frac{3}{4}P$ wird zunächst durch die gekreuzten Tafeln wie Fig. 5 geliefert. Es sind äufserst dünne hexagonale Blättchen, deren Basisflächen mit dem kleinen Goniometer gemessen, annähernd den oben berechneten Winkel bilden. Ein drittes Individ, welches, sich in den spitzen Winkel jener Tafeln einschiebend, gestattete, die beiden Tafeln als äufsere Individuen I und III eines Drillings parallel $\frac{1}{6}P$ anzusehen, ist nicht vorhanden, wenigstens mit der Lupe nicht eine Spur davon wahrzunehmen. Es ist also geboten, jene Durchwachsung als eine *Zwillings*bildung anzusehen. Als krystallonomische Ebene bietet sich nur diejenige dar, welche den stumpfen Winkel halbirt, eine Fläche von $\frac{3}{4}P$; da der den spitzen Winkel halbirenden Ebene kein krystallonomischer Ausdruck zukommt.

Wie es bereits bei anderen Mineralien z. B. den triklinen Feldspathen bekannt ist, so combiniren sich auch bei dem Tridymit häufig zwei Zwillingsgesetze. Nur in dieser Weise werden jene scheinbaren Drillingsgruppen erklärlich, durch deren Mitte eine Trennungslinie läuft, und welche in Fig. 6, 6*a* naturgetreu dargestellt sind. An die Individuen eines Zwillings parallel $\frac{3}{4}P$ und zwar gleich häufig bei durchkreuzten als bei blofs sich berührenden Tafeln legt sich, den spitzen einspringenden Winkel ausfüllend, je ein Zwillingsindivid nach dem Gesetze $\frac{1}{6}P$ an. Die Individuen III und IV haben nun eine sehr nahe, doch nicht vollkommen parallele Stellung. Die gegen einander gewandten basischen Flächen müssen nämlich einen keilförmigen, nach vorn sich verschmälernden Hohlraum einschliefsen, dessen Kante gleich 0° 44′. Diese Spalte ist nun allerdings bei den meist nur 1 Mm. grofsen Krystallen kaum wahrzunehmen, wohl aber ist deutlich erkennbar, dafs wir es nicht mit Einem Mittelindivid zu thun haben. Beide Krystalle II und III sind vielmehr stets etwas ungleich entwickelt, der eine überragt den andern oder der eine ist auf Kosten des anderen ausgedehnt, während mit den Individuen des primären Zwillings stets eine

vollständige Vereinigung und eine symmetrische Begränzung stattfindet. An dem Krystall Fig 6, Taf. I, sowie an vielen andern Krystallen war deutlich zu beobachten, dafs die Individuen III und IV nicht bis zur hinteren, in Fig. 6 *a* durch eine punktirte Linie bezeichneten vertikalen Kante dringen, sondern sich anlegen an die scharfe einspringende Kante I und II, niemals aber im Bereiche des stumpfen Winkels 110° 8′ (s. Fig. 5) auftreten. Für die Individuen III und IV ergiebt die Rechnung

$$a' : a' = 179^\circ\, 38' \text{ einspringend}$$
$$a'' : a'' = 179^\circ\, 16' \quad \text{"}$$

Für die Zwillinge parallel $\frac{3}{4}P$ und die in Fig. 6 dargestellten Doppelzwillinge gelten folgende Winkel:

	berechnet	gemessen
I a' : II a'	= 146° 43½′	146° 40′, 38
		146 40, 41
I a'' : III a''	= 144 42	144 35
I a'' : IV a''	= 145 26	145 17
I a'' : II a''	= 110 8	109 56
I c : II c	= 69 52	70 6.

Aus den beiden Messungen 144° 35′ und 145° 17′ berechnet sich die einspringende Kante III a'' : IV a'' = 179° 18′ sehr nahe übereinstimmend mit dem oben aus den Axenelementen berechneten Werthe 179° 16′.

Vorstehende Messungen, sowie die Ausbildung der in Fig. 6 dargestellten Gruppen, die deutlich wahrnehmbaren einspringenden Winkel III a' : IV a' und III a'' : IV a'' liefern wohl den Beweis, dafs wir es nicht mit einem Drilling parallel $\frac{1}{6}P$, sondern mit einem Doppelzwillinge parallel $\frac{3}{4}P$ (I und II) und parallel $\frac{1}{6}P$ (I und III, II und IV) zu thun haben. Wie wäre es ohne Annahme eines zweiten Zwillingsgesetzes $\frac{3}{4}P$ möglich, den Krystall Fig. 6, die so häufig zu beobachtende deutliche Trennung und unsymmetrische Ausbildung der beiden, fast parallel gestellten Mittelindividuen zu erklären.

Die Ausfüllung der durch die basischen Flächen *c* gebildeten scharfen einspringenden Kanten von 69° 52′ geht gewöhnlich in unsymmetrischer Weise vor sich, d. h. das eine der Mittelindividuen herrscht über das andere mehr oder weniger, ja bis fast zur Verdrängung desselben. Diesen letzteren Fall stellt Fig. 7, 7 *a* dar. Die Individuen I und II sind nach dem Gesetze $\frac{3}{4}P$ verbunden. Deutlich ist wahrzunehmen, dafs das Individ III nicht bis zur Mittellinie sich erstreckt, sondern sich einfach einschiebt in jene scharfe Kante I *c* : II *c*. Die Flächen II *a′* und III *a′* schneiden sich geradlinig in der Zwillingskante, während die Kante zwischen I *a′* und III *a′* unregelmäfsig erscheint. Das Auftreten einer Fläche des dihexagonalen Prisma's $i = \infty P\frac{5}{3}$ ist am oberen Ende genau nach der Natur gezeichnet und in entsprechender Weise am unteren Ende ergänzt. Die Hinterseite dieser Gruppe ist nicht deutlich entwickelt, ohne Zweifel schiebt sich auch dort ein Zwillingsstück, oder vielleicht zwei, zwischen die Individuen des primären Zwillings. Dieser Krystall erlaubt keine genaue Messung.

Oft ist es nicht möglich, zu ermitteln, ob wir es mit einem Drilling parallel $\frac{1}{6}P$ oder mit einem Doppelzwilling $\frac{1}{6}P + \frac{3}{4}P$ zu thun haben. Denn oft ist auch in den Drillingen das Mittelindivid weniger entwickelt, und ebenso häufig ist in den Doppelzwillingen eines der mittleren Individuen zu einer äufserst feinen Lamelle verkümmert.

Unter den oben angegebenen Kantenmessungen verdienen das meiste Zutrauen und wurden der Ermittlung der beiden Zwillingsgesetze zu Grunde gelegt:

I *a′* : III *a′* = 146° 30′ am Drilling $\frac{1}{6}P$ und

I *a′* : II *a′* = 146° 40′ am Zwilling $\frac{3}{4}P$,

während die aus dem Axenverhältnifs berechneten Winkel 146° 24½′ für das Gesetz $\frac{1}{6}P$, und 146° 43½′ für das Gesetz $\frac{3}{4}P$ sind. Es ist nun wohl bemerkenswerth, dafs für die mit einer Fläche $\frac{1}{6}P$ verbundenen Krystalle jener Zwillingswinkel gröfser gefunden wurde, als ihn die Rechnung verlangt, während ein umgekehrtes Verhältnifs in Bezug auf den Zwil-

ling $\frac{3}{4}P$ stattfindet. Es ist wohl möglich, dafs hier ein Conflict zwischen beiden Zwillingsgesetzen vorhanden ist. Wir werden an die Ergebnisse der Winkelmessungen des Leucits erinnert, welche offenbar ein Bestreben dieses merkwürdigen Minerals erkennen liefsen, durch Polysynthesie eine annähernde Gleichkantigkeit mit dem regulären Ikositetraëder zu erreichen. Eine Analogie mit den Verwachsungen des Tridymits finden wir — vielleicht in unerwarteter Weise — bei dem Feldspath. Allbekannt sind Drillinge (besonders der Adulars) nach dem Gesetze „parallel *n*", dem sog. Bavenoër-Gesetze. Die beiden äufseren Individuen einer solchen Drillingsgruppe befinden sich sehr nahe in gleicher Stellung wie die Individuen eines Zwillings nach dem Gesetze „parallel *P*". Wie es nicht immer leicht, ja zuweilen unmöglich ist, zu entscheiden, ob zwei gegenüberliegende Individuen einer Feldspath-Verwachsung verbunden sind nach dem Gesetze parallel *P*, oder ob sie als äufsere Individuen eines Drillings parallel der Fläche *n* zu betrachten sind: so verhält es sich auch bei dem Tridymit in Bezug auf die Stellung der beiden äufseren Individuen des Drillings „parallel $\frac{1}{6}$" und der Zwillingsindividuen „parallel $\frac{3}{4}P$."

Die Drillingskante I *c* : III *c* des Tridymit's ($\frac{1}{6}P$) = 70° 36' oder auch die Zwillingskante I *c* : II *c* des Zwillings ($\frac{3}{4}P$) = 69° 52' nähern sich — namentlich was die erstere betrifft — einem Winkel des regulären Systems, der Tetraëderkante 70° 32'. Es ist nun eine, bereits mehrfach bewährte, Thatsache, dafs — wenn in einem weniger symmetrischen Systeme Winkel vorhanden sind, welche denjenigen eines mehr symmetrischen Systems nahe stehen — durch Zwillingsbildung resp. durch Polysynthesie eine Annäherung an das mehr symmetrische System auch in der äufseren Form auf Grund jener Winkelähnlichkeit stattfindet. Es darf wiederum an den Leucit, sowie an die rhombischen Systeme mit einer Prismenkante von nahe 120° erinnert werden. In diese merkwürdige Klasse von Erscheinungen gehören auch die polysynthetischen Verwachsun-

gen des Tridymit's, welche in den Figuren 8, 9 und 10 dargestellt sind und welche jetzt den Gegenstand unseres Studiums bilden werden.

Die merkwürdige Gruppe Fig. 8, 8*a*, im Wesentlichen ganz naturgetreu gezeichnet, ist eine Verwachsung von vier Individuen [1]), in welcher I, II, III einen Drilling nach dem Gesetze $\frac{1}{6}P$ bilden. Das Mittelindivid ist etwas verkümmert und wird von den beiden peripherischen allseitig überragt. Mit dem Individ I verbindet sich das Individ IV, welches zu einer zierlichen hexagonalen Tafel ausgedehnt ist. Die Flächen dieser interessanten Gruppe sind nicht vollkommen genug, um mit dem Fernrohr-Goniometer gemessen zu werden. Die Entscheidung ob das Individ IV mit I nach dem Gesetze „$\frac{3}{4}P$", oder ob beide als äufsere Individuen parallel „$\frac{1}{6}P$" verbunden sind, ist schwierig, da es wohl möglich ist, dafs die Flächen I *c* und IV *c* in ihrem scharfen einspringenden Winkel ein verkümmertes Rudiment eines Mittelindivids bergen. Die einspringende Kante I *c* : IV *c* geht parallel der Kante *c* : *a'* in beiden Individuen. Die einspringende Kante I *c* : IV *c* (der Unterseite) wurde annähernd $109\frac{1}{2}°$ bis $110°$ gemessen. Es ist nun sofort einleuchtend, dafs die Tafel IV nicht nur in Zwillingsstellung zu I, sondern auch, wenigstens aufserordentlich nahe, zu III sich befindet. Setzen wir die vertikale Drillingskante $= 70° 36'$ (entsprechend dem Gesetze $\frac{1}{6}P$) und betrachten wir die Tafeln I und IV gleichfalls als äufsere Theile eines Drillings, sich unter dem gleichen Winkel schneidend, so ergiebt sich als Neigung der Flächen *c* der Individuen III und IV $70° 27\frac{1}{2}'$ und der ebene Winkel, welchen die einspringende Kante III *c* : IV *c* mit der Vertikalen bildet $= 60° 5'$. Es ist nun wohl nicht unmöglich, dafs sämmtliche drei Kanten des durch die Flächen *c* gebildeten körperlichen Dreiecks gleich

1) Um die Anwachsung des tafelförmigen Individs IV an den Drilling deutlicher zur Anschauung zu bringen, ist die Gruppe im Vergleiche zu den früheren Figuren mehr zur Linken gedreht, so dafs I *c* die Stellung einer sogenannten Längsfläche (Axenebene *ac*) besitzt.

70° 32′ und die ebenen Winkel = 60° sind. Wie dem auch sey, sie kommen den drei Flächen eines regulären Tetraëders überaus nahe. In gleicher Weise wie das Individ IV abwärts geneigt dem oberen Ende des Drillings eingefügt ist, so könnte auch ein V Individ mit dem unteren Ende verwachsen und so ein scheinbar reguläres Tetraëder durch Tridymittafeln gebildet werden. In den vielfach durchwachsenen Tridymitgruppen sind — wenngleich von mir nicht sicher beobachtet — wahrscheinlich auch solche, den vier Ebenen des Tetraëders entsprechende Flächen vertreten.

Für den Fall, daſs die Tafeln I und IV nach dem Gesetze $\frac{3}{4}P$ verbunden, demnach unter 69° 52′ gegen einander geneigt wären, würden IV *c* und III *c* den Winkel 70° 49½′ bilden. Annähernden Messungen zufolge steht indeſs IV vollkommen symmetrisch sowohl zu I als auch zu III, so daſs IV *c* in eine Zone fällt mit *a*″ : *b* : *a*′ des Individs II. In dem von den vorragenden Individuen I und III umschlossenen inneren Raum ruht die Tafel IV auf der Fläche *a*′ des Mittelindivids (II). Da IV *c* zur Vertikalen 54° 46′, II *a*′ zur Vertikalen 60° geneigt ist, so muſs zwischen beiden Flächen ein keilförmiger Hohlraum entstehen, dessen scharfe Kante, 5° 14′ messend, vorne liegt. Bei der Kleinheit der Krystalle ist freilich dieses feinste Detail des inneren Baues nicht wahrzunehmen. Krystallgruppen gleich Fig. 8 mit einer symmetrisch dem Drilling eingefügten, auf dem mittleren, verkümmerten Individ ruhenden Tafel IV finden sich ziemlich häufig.

Einen noch etwas complicirteren Bau zeigt der Sechsling Fig. 9. Die Stellung der Individuen I, II, III, IV ist eine gleiche wie in Fig. 8. Die Ausbildung ist nur darin verschieden, daſs die Tafel IV den primären Drilling rings umschlieſst. Die Tafel IV veranlaſst nun ihrerseits eine neue Drillingsbildung, deren Kante von 70° 36′ eine zur homologen Kante des ersten Drillings normale oder wenigstens fast genau normale Lage hat. Machen wir uns die Stellung der Individuen V und VI etwas deut-

licher. Da die Kante IV a'' : V $a'' = 144^\circ 42'$, demnach die Neigung von V a'' : IV $c = 54^\circ 42'$ und IV c zur Vertikalen $54^\circ 46'$, so folgt, dafs die Fläche V a'' fast vollkommen senkrecht steht. Die Abweichung beträgt der Berechnung zufolge nur 4', um welchen Winkel die Fläche nach oben hin gegen die primäre Drillingskante I c : III c sich neigt. Das Individ V steht demnach horizontal und normal zum Individ II. Denken wir uns das Individ II um eine zur Fläche a'' normale Linie 90° gedreht, so erhalten wir die Lage des Individs V.

Da in diesen polysynthetischen Gruppen jedes Individ, frei vorragend, eine Tafel c bilden kann, so könnten wir als zweites und fünftes Individ des Sechslings Fig. 9 zwei sich rechtwinklig kreuzende Tafeln erhalten, von denen die eine horizontal, die andere senkrecht, in der Richtung einer sog. Längsfläche steht. Es ist unschwer ersichtlich, dafs durch eine fernere Wiederholung der Zwillingsbildung zu jenen beiden normalen auch noch die dritte normale Fläche c eingesetzt werden kann. So können in der That durch eine wiederholte Zwillingsbildung des Tridymits drei, den Flächen des Würfels parallele, hexagonale Tafeln sich combiniren. Bevor wir den Sechsling Fig. 9 verlassen, ist noch auf eine bemerkenswerthe Kantengleichheit hinzuweisen. Die Fläche IV c neigt sich zu II a'' (resp. zur Vertikalen) $= 125^\circ 14'$ (resp. $54^\circ 46'$) und dieser Winkel ist fast genau gleich der Neigung zwischen I c und II a'' am Zwilling Fig. 1, nämlich $= 125^\circ 18$ oder $54^\circ 42'$. Im ersteren Fall stehen die basischen Flächen normal, im letzteren bilden sie den Winkel $35^\circ 18'$.

Die polysynthetische Gruppe Fig. 10 ist, gleichfalls in allen wesentlichen Zügen naturgetreu, nach einem etwa $1\frac{1}{4}$ Mm. grofsen Original gezeichnet. Die Individuen I, II, III, IV haben eine identische Stellung wie die gleichbezeichneten Individuen VIII und IX. Während indefs bei der Gruppe Fig. 9 an die vordere horizontale Kante der Tafel sich zwei neue Individuen in Zwillingsstellung parallel $\frac{1}{6}P$ anlegen, so geschieht es hier in Bezug auf die hinteren

und oberen Kanten, welche parallel sind den einspringenden Winkeln zwischen I c : IV c und III c : IV c. Es füllen sich durch diese Individuen V, VI und VII, VIII jene einspringenden Kanten von annähernd 70° oder $70\frac{1}{2}°$ aus. Ob dieselben 69° 52′ oder 70° 36′ messen, oder, mit anderen Worten, ob IV und I parallel $\frac{3}{4}P$ oder nach dem Gesetze $\frac{1}{6}P$ als äufsere Tafeln eines Drillings verbunden sind, kann durch Messung im vorliegenden Falle nicht sicher ermittelt werden. Wenn I und IV als Drillinge nach $\frac{1}{6}P$ zu betrachten sind, so stehen die Individuen I und VI vollkommen parallel, was nicht der Fall ist, wenn I und IV einen Zwilling parallel $\frac{3}{4}P$ bilden. Für die letztere Auffassung könnte vielleicht sprechen, dafs I und VI, III und VIII sich nicht vereinigt haben, vielmehr getrennt neben einander stehen, wie es in der Figur genau wiedergegeben ist. Diese Trennung scheinbar oder wirklich parallel gestellter Krystalltheile erinnert in hohem Grade an die inneren Individuen III und IV eines Doppelzwillings, s. Fig. 6. Ich beobachtete auch Gruppen, welche die flügelartigen Gebilde der Fig. 10 mit dem der vorderen horizontalen Kante angefügten Drillinge der Fig. 9 vereinigen, demnach aus 10 Individuen bestehen. Fassen wir in solchen Gruppen die Fläche IV c nebst den sich gleichsam als Zweigtafeln erhebenden Flächen VI c, VIII c und X c (in Fig. 9 VI c) ins Auge, so nehmen wir nicht ohne Ueberraschung wahr, dafs sie ein System von vier homologen Ebenen bilden, welche sich fast genau unter den Winkeln eines regulären Oktaëders (109° 28′) schneiden.

Die Mannigfaltigkeit der Zwillingsverwachsungen des Tridymits ist hiermit nicht abgeschlossen. Neue und immer neue Täfelchen schieben sich ein. So bilden sich jene kugeligen Gruppirungen, welche, auf Sanidinkrystallen aufgewachsen, sich in kleinen Drusen der vesuvischen Auswürflinge von 1822 finden, oder wie sie in ähnlicher Weise in der Lava des Chimborazo von Prof. Th. Wolf in Quito beobachtet wurden. In Obigem habe ich nur die thatsächlich beobachteten Verwachsungen des Tridymits

geschildert und bin der Versuchung ausgewichen, die „versteckten Beziehungen" der Krystallisation des Tridymits zum regulären System weiter zu verfolgen. Es liegt auf der Hand, dafs in den polysynthetischen Gruppen des Tridymits auch andere reguläre Körper latent vorhanden sind.

Der Tridymit verdankt seine Entstehung fast ausschliefslich den vulkanischen Processen der Mineralbildung, deren Producte im Allgemeinen durch geringe Gröfse im Vergleiche zu den plutonischen Mineralien sich auszeichnen [1]). Fände sich der Tridymit, statt in 1 — 2 Mm. grofsen, in zollgrofsen Tafeln, so würde derselbe Interesse und Bewunderung durch Schönheit und Mannigfaltigkeit der Formen in nicht geringerem Grade erwecken als der Quarz.

Als Begleiter des Tridymits in den Drusen des Trachyts vom Berge Sn. Cristobal bei Pachuca sind zu nennen: Eisenglanz, Hornblende, und Augit. Die Hornblende bildet zierliche Prismen bis 10 Mm. lang von lichtbrauner Farbe, in der Endigung begränzt von der Basis und dem gewöhnlichen Hemidoma; der Augit ist von grünlicher Farbe, in kleineren Krystallen, welche zuweilen sehr zierliche Zwillinge mit scheinbar rhombischer Endigung, durch die Flächen *c* und *u*, bilden.

76. Ein ausgezeichneter Kalkspathkrystall vom Oberen See in Nordamerika.

Bekanntlich nehmen die mit gediegen Kupfer im Melaphyr-Mandelstein des Oberen Sees vorkommenden Kalkspathkrystalle durch Schönheit und Reichthum der Formen unter allen Fundstädten einen hohen, ja vielleicht den ersten Rang ein (s. Fr. Hessenberg, Mineralog. Notizen No. 9, S. 1 — 8 in den Abh. d. Senckenb. Naturf. Ges.

1) Nur ein einziges Vorkommen von Tridymit in älterem, plutonischem Gesteine ist bisher bekannt geworden: in Drusen und kleinen Hohlräumen eines trachytähnlichen, quarzfreien Porphyrs unfern Waldböckelheim an der Nahe, welche Entdeckung wir Hrn. Prof. A. Streng verdanken.

Bd. VII; und diese Mitth. Forts. V, S. 388—404, diese Ann. Bd. 135). Unter den bezeichnendsten Eigenthümlichkeiten der Krystalle vom Oberen See ist namentlich das Auftreten des Skalenoëders $-4R\frac{5}{3}$ zu nennen (s. über dasselbe Hessenberg, Min. Not. No. 11, S. 14, Senck. Naturf. Ges. Bd. VIII), sowie der scheinbare Kantenparallelismus, welcher entsteht, wenn in Combination erscheint das Skalenoëder $-4R\frac{5}{3}$ mit den Formen $R7$ oder $R9$.

Der Krystall, welcher den Gegenstand dieser Mittheilung bildet (s. Fig. 11, Taf. I), befindet sich in der von dem verewigten edlen Erzherzog Stephan gegründeten Sammlung auf dem Schlosse Schaumburg an der Lahn. Eine bewundernswerth symmetrische Ausbildung, Wasserhelle mit einem röthlichen Schein, welcher von unterliegendem und umhülltem gediegen Kupfer herrührt, zeichnen diesen flächenreichen Kalkspath aus, einen Zwilling, dessen Individuen die Basis als Zwillings- und Verwachsungsebene nehmen und 60° gegen einander um die Hauptaxe gedreht sind. Es erscheinen folgende Formen:

$$\begin{aligned}
R &= (a : a : \infty a : c) \\
4R &= (\tfrac{1}{4}a : \tfrac{1}{4}a : \infty a : c),\ m \\
10R &= (\tfrac{1}{10}a : \tfrac{1}{10}a : \infty a : c) \\
0R &= (\infty a : \infty a : \infty a : c),\ c \\
-\tfrac{1}{2}R4 &= (\tfrac{4}{3}a' : \tfrac{4}{11}b' : \tfrac{1}{2}a' : \tfrac{4}{13}b : \tfrac{4}{5}a' : 2b' : c),\ \gamma \\
R3 &= (a : \tfrac{1}{4}b : \tfrac{1}{3}a : \tfrac{1}{5}b' : \tfrac{1}{2}a : b : c),\ r \\
R9 &= (\tfrac{1}{4}a : \tfrac{1}{13}b : \tfrac{1}{9}a : \tfrac{1}{14}b' : \tfrac{1}{5}a : b : c),\ \mu \\
-2R2 &= (a' : \tfrac{1}{5}b' : \tfrac{1}{4}a' : \tfrac{1}{7}b : \tfrac{1}{3}a' : \tfrac{1}{2}b' : c),\ x \\
-4R\tfrac{5}{3} &= (\tfrac{3}{4}a' : \tfrac{1}{8}b' : \tfrac{3}{20}a' : \tfrac{1}{12}b : \tfrac{3}{16}a' : \tfrac{1}{4}b' : c) \\
\tfrac{2}{5}R2 &= (5a' : b : \tfrac{5}{4}a : \tfrac{7}{5}b'\ \tfrac{5}{3}a : \tfrac{5}{2}b : c),\ \omega \\
\tfrac{2}{3}R\tfrac{4}{3} &= (9a : b : \tfrac{9}{8}a : \tfrac{9}{15}b' : \tfrac{9}{7}a : \tfrac{3}{2}b : c).
\end{aligned}$$

Unter den angegebenen Formen waren bisher an den Krystallen des Oberen Sees nicht bekannt: das Rhomboëder $10R$, sowie die Skalenoëder $\frac{2}{5}R2$ und $\frac{2}{3}R\frac{4}{3}$, welch' letztere Form überhaupt am Kalkspath, bisher nur ein einziges Mal durch Q. Sella[1]), beobachtet wurde. $10R$

1) Derselbe bemerkt in seinem *Quadro delle Forme cristalline dell' Argento rosso, del Quarzo e del Calcare* (1856): „Ich fand das Skalenoë-

(dessen Flächen gegen die Vertikalaxe $5^0\,47\frac{1}{3}'$ geneigt sind) wurde zuerst von Des Cloizeau und von Hessenberg an Isländischen Krystallen beobachtet. $\frac{2}{5}R2$ wird als eine nicht seltene Form bereits von Zippe angeführt,[1] Hessenberg fand sie wieder auf an den merkwürdigen Krystallen aus dem Ahrenthal in Tyrol (Mineral. Not. 4, S. 13) [2]). Dies Skalenoëder gehört zu denjenigen, welche die Endkante des Hauptrhomboëders zuschärfen. Eine ähnliche Lage besitzt die seltene Form $\frac{2}{3}R\frac{4}{3}$. Sie mifst in den

längeren Endkanten	(Y)	$171^0\,36\frac{3}{4}'$
kürzeren „	(X)	$118\;\;27$
Seitenkanten	(Z)	$71\;\;36\frac{3}{4}$.

Es beträgt die Neigung

der längeren Endkante (Y) zur Vertikalaxe	$50^0\,34\frac{2}{3}'$
der kürzeren Endkante (X) zur Vertikalaxe	$63^0\,44\frac{3}{4}$.

Die Bestimmung von $\frac{2}{3}R\frac{4}{3}$ geschah mittelst der Zone, in welche die Flächen dieser Form mit R und $\frac{2}{5}R2$ fallen, sowie durch Messung der Combinationskante beider genannten Skalenoëder.

Die Kante $\frac{2}{5}R2 : \frac{2}{3}R\frac{4}{3}$ wurde gemessen sehr nahe $= 174^0$. Eine feine Streifung der Flächen der neuen Form parallel der Kante mit R bewirkt, dafs das Bild etwas verwaschen erscheint. Berechnet $= 173^0\,53\frac{3}{4}'$.

der an einem herrlichen Andreasberger Krystall der Sammlung des verstorbenen S. Zimmermann. Der Krystall war einerseits begränzt durch das Spaltungsrhomboëder, andererseits durch jenes neue Skalenoëder". Ich verdanke diesen Nachweis einer gütigen brieflichen Mittheilung des Hrn. Des Cloizeaux (28. März 1874), welcher das genannte Skalenoëder als b^8 in die grofse sphärische Projektion *(Traité de Mineralogie T. II,* 1 *Fascic)* eingetragen hat.

2) Die Kalkspathkrystalle von Ahren in Tyrol, durch tafelförmige Ausbildung und zahlreiche parallelgestellte Rhomboëderspitzen ausgezeichnet, kommen als sehr vereinzelte Drusen im Prettau, dem oberen Ahrenthal, vor und zwar auf einer Kupfer- und Magnetkieslagerstätte. Letztere bildet eine 1 bis 2 Klafter mächtige Imprägnation des Chloritschiefers (Streichen O — W, Einfallen senkrecht) auf der südöstlichen Thalseite, unfern St. Valentin.

Wie die Fig. 11 lehrt, herrschen an dem Krystall die Formen $4R$, $\frac{2}{5}R2$ und $-4R\frac{5}{3}$, während alle übrigen Flächen untergeordnet auftreten. Die interessanteste Zone an unserem Krystall ist die durch die Flächen $4R : -4R\frac{5}{3}$ eingesetzte; denn sie umfaſst auſser den genannten noch die Formen $-2R2$ (namentlich charakteristisch für die Krystalle von Alston Moor in Cumberland), $-\frac{1}{2}R4$ (eine im Allgemeinen seltene, doch am Kalkspath vom Oberen See gewöhnliche Form) und $\frac{2}{5}R2$. Dieselbe Zone wurde auch von Hessenberg hervorgehoben an den isländischen Krystallen, welche freilich an Flächenglanz nicht entfernt mit denen vom Oberen See wetteifern können. Wie Hessenberg lehrt (a. gen. O. No. 11, Taf. II Fig. 20 und 21), liegen an den isländischen Krystallen in der genannten Zone, auſser $4R$, $-4R\frac{5}{3}$, $\frac{2}{5}R2$, die Flächen der hexagonalen Pyramide $\frac{4}{3}P2$. Eine gewisse Analogie der Krystalle beider Fundorte tritt darin hervor, daſs ihnen die im Allgemeinen seltenen Formen $-4R\frac{5}{3}$, $\frac{2}{5}R2$ und $10R$ gemeinsam sind. In Bezug auf den scheinbaren Kantenparallelismus der Skalenoëder $R9$ und $-4R\frac{5}{3}$ möge auf das früher Gesagte (diese Ann. Bd. 132, S. 395 bis 397) verwiesen werden. Recht bemerkenswerth ist wohl an unserem Krystall, daſs die untergeordnet auftretenden Flächen $10R$ nur dort, nahe der Zwillingsgränze, erscheinen, wo sie über der genannten Gränze einen einspringenden Winkel bilden, nicht aber, wo sie als Zuschärfung der Zwillingskante $4R : \underline{4R}$ zu einem ausspringenden Winkel sich begegnen würden. Von der Ausbildung unseres Krystalls geben folgende, mit dem Fernrohr-Goniometer angestellten Messungen Zeugniſs:

	Berechnet	Gemessen
$4R : -4R\frac{5}{3}$	$= 154^{\circ}\ \frac{1}{2}'$	$153^{\circ}\ 59\frac{1}{2}'$
$4R : \frac{2}{5}R2$	$= 100\ \ 55$	
$4R : -\frac{1}{2}R4$	$= 130\ \ 58\frac{1}{2}$	
$\frac{2}{5}R2 : -4R\frac{5}{3}$	$= 126\ \ 54\frac{1}{2}$	$126\ \ 58$
$-2R2 : -\frac{1}{2}R4$	$= 168\ \ 44$	$168\ \ 52$
$-2R2 : -4R\frac{5}{3}$	$= 168\ \ 13\frac{3}{4}$	

$R9 : R9$ (Lateralk.)	$= 163^\circ\ 30'$	$163^\circ\ 37'$
$4R : -2R2$	$= 142\ \ 14\frac{1}{4}$	
$4R : 4\underline{R}$ (ausspring.)	$= 151\ \ 33\frac{1}{2}$	$151\ \ 35$
$4R : 10R$	$= 171\ \ 34$	$171\ \ 32\frac{1}{2}$.

Möchte die vorstehende Schilderung eines ausgezeichneten Kalkspathkrystalls einen sehr kleinen Beitrag liefern zur Kenntniſs der Kalkspathformen! Möchte dies formenreiche Mineral, dessen Gestaltenreichthum seit dem Erscheinen von Zippe's Werk „Ueber das rhomboëdrische Kalkhaloid" (1851) sich fast ins Unübersehbare vermehrt hat, bald einen neuen monographischen Bearbeiter finden, welcher verstände, die Mannigfaltigkeit der Formen unter allgemeine Gesichtspunkte zu bringen, zugleich auch die sicher bestimmten Formen von denen, hinsichts welcher noch eine gewisse Unsicherheit waltet, zu scheiden!

77. Eine eigenthümliche Verwachsung von Rutil und Eisenglanz.

Bekannt sind die regelmäſsigen Verwachsungen der beiden genannten Mineralien, auf welche zuerst Breithaupt aufmerksam machte (vgl. auch Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. Bd. XIV, S. 413 Taf. II *bis*, Fig. 3). Die meist etwas flach gedrückten Rutile ruhen entweder auf der basischen Fläche der Eisenglanzkrystalle (so das Vorkommen am Berge Cavradi) oder die feinen Nadeln des Rutils strahlen zwischen den zu rosenartigen Gruppen auf einander gehäuften Eisenglanztafeln hervor. Das Gesetz der Stellung ist stets dasselbe: die Rutile liegen mit einer Fläche des zweiten quadratischen Prisma's auf der Basis des Eisenglanzes; eine Fläche des ersten stumpfen Oktaëders ist sehr nahe parallel einer Hauptrhomboëderfläche des Eisenglanzes. Bei dieser bisher bekannten Verwachsungsweise, kann man die Ansicht festhalten, daſs der Rutil eine spätere Bildung sey. Sehr viel merkwürdiger, weil gleichzeitige Entstehung beider Mineralien beweisend, ist die hier zu schildernde Verwachsung, in welcher Rutil und Eisenglanz in einer so auſserordentlich innigen Weise verbunden sind, wie es wohl bisher an zwei ver-

schiedenen, einem verschiedenen Krystallsysteme angehörigen Mineralien noch nicht beobachtet wurde. Unsere Figuren 12, 13, 14 zeigen merkwürdige Beispiele von Truggestalten, in denen der Rutil die tafelförmigen Krystalle des Eisenglanzes gleichsam nachzuahmen und zu ergänzen strebt. Das Berliner mineralogische Museum erhielt im J. 1870 eine Stufe aus dem Maderaner Thal, auf welcher das erfahrene Auge des Dr. Krantz Zwillinge des Brookits mit parallelen Tafelflächen zu erkennen glaubte, welche von um so höherem Interesse zu seyn schienen, da die sehr seltenen durch Q. Sella (s. Des Cloizeaux's *Traité T. II*) beobachteten Zwillinge des Brookits gekreuzte Tafelflächen zeigen und eine Fläche des vertikalen Prismas zur Zwillingsebene haben. Im Oktober des vorigen Jahres zeigte mir Dr. Bauer das betreffende Handstück, indem er zugleich seinem Zweifel Ausdruck gab, daſs die Krystalle dem Brookit und nicht vielmehr dem Rutil angehörten. Eine genauere Untersuchung hat diese letztere Ansicht vollkommen bestätigt.

Das Muttergestein ist ein feinschuppiger Glimmer-Talkgneiſs, welcher auf einer Kluft- oder Drusenfläche mit Krystallen von Quarz, Adular, Eisenglanz und Rutil bedeckt ist. Zwei Krystalle des Quarzes bilden eine scheinbar regelmäſsige Durchwachsung, indem sie sich unter annähernd 60° schneiden. Wegen dieser Bergkrystallgruppe hatte das Stück zunächst die Aufmerksamkeit des Dr. Krantz erweckt; eine eingehendere Prüfung indeſs zeigt, daſs die Verwachsung eine zufällige ist. Die Krystalle des Adulars sind nicht ausgezeichnet. Die Täfelchen des Eisenglanzes, nur 2 bis 6 Mm. groſs, sind von der gewöhnlichen Form und stellen eine Combination dar: des Hauptrhomboëders $P = R$, des ersten spitzen $u = -2R$, des ersten stumpfen $v = -\frac{1}{2}R$, sowie des Hexagondodekaëders $n = \frac{4}{3}P2$ und der stets herrschenden Basis $c = 0P$. Einige dieser Krystalle bestehen nur aus Eisenglanz, andere zeigen eingelagerte tafelförmige Rutilkrystalle, welche nicht aufruhen, wie bei den früher (Ztschr. d. g. Ges. Bd. XIV, S. 413) geschilderten Krystallen vom Ca-

vradi, sondern sich vollkommen ins Niveau der Tafel des Eisenglanzes legend, an der räumlichen Constitution derselben Theil nehmen. In anderen Gebilden überwiegt der Rutil, während der Eisenglanz auf schmale, zuweilen nur lineare Lamellen zurückgedrängt ist. An eine centrale, gleichsam als Mittelrippe des blattförmigen Gebildes fungirende Eisenglanzpartie schliefst sich Rutil, in gestreiften dünntafelförmigen Partien, deren Hauptaxen sich unter 60° schneiden. Die portraitähnlichen Figuren (gerade Projectionen auf die basische Fläche des Eisenglanzes und eine Fläche des zweiten Prismas des Rutils) dieser seltsamen Bildungen werden das Gesagte veranschaulichen. In Fig. 13 sehen wir ein äufserst dünnes, federförmig gestreiftes Täfelchen, in dessen Mitte sich ein schwarzer, metallglänzender eigenthümlich verästelter Streifen von Eisenglanz hinzieht. Mit der keilförmigen Spitze, welche einen Winkel von 60° bildet, sind die Tafeln entweder auf dem Gestein, oder auch auf einer Eisenglanztafel aufgewachsen, so dafs der centrale Streifen, als eine Fortwachsung des Krystalls erscheint. Der Rutil ist von folgenden Flächen umschlossen: $o = P$, $t = P\infty$, $c = 0P$, $m = \infty P$, $a = \infty P2$. Die Streifung rührt von einem oscillirenden Auftreten eines achtseitigen Prismas her. Wie die Zeichnung erkennen läfst, bildet der Eisenglanz nicht nur feine Verzweigungen in den Rutil hinein, sondern er umschliefst auch kleine Partien von Rutil. Die Fig. 12 stellt die gröfste Rutiltafel des Handstücks dar; sie ist mit dem als verbrochen dargestellten Ende aufgewachsen. Der Eisenglanz theilt sich hier in drei unregelmäfsig gestaltete Strahlen, welche Winkel von 30° mit einander bilden. Wie die Streifung sogleich erkennen läfst, bildet der Rutil drei durch Eisenglanz verbundene Individuen. Die Randflächen dieser Tafeln sind so aufserordentlich klein und schmal, dafs es meist sehr schwierig ist, dieselben sicher zu erkennen. Der breitere Mittelstrahl des Eisenglanzes hat zu den beiden angränzenden Rutilfeldern, welche Einem Individuum angehören, die oben angegebene normale Stellung, so dafs

P des Eisenglanzes mit einem *t* des Rutils fast in eine Ebene fällt. Die ebenen Winkel, mit denen sich die Eisenglanz-Rutiltafel in dieser mittleren Partie begränzt, sind folgende: 150° (gebildet auf der Basis des Eisenglanzes durch *P* und *n*) und 147° 13' (gebildet auf *a* des Rutils durch *t* und *o*). Die Flächen *o* und *n* weichen demnach gleichfalls nicht allzusehr in ihrer Lage von einander ab.

Während *P* und *t* der mittleren Partie zusammen einspiegeln, kann auf der Oberseite begreiflicher Weise dasselbe Verhältnifs für die seitlichen Rutilindividuen nicht stattfinden, vielmehr würde hier die Coïncidenz auf der Unterseite zu beobachten seyn, wenn überhaupt die Ausbildung des Randes es gestattete. Für die Verwachsungen Figg. 13 und 14 ist es nicht ganz unwahrscheinlich, dafs der verästelte Eisenglanzstrahl einen Zwilling darstellt in der Weise der linearischen Eisenglanzzwillinge von Plaidt (s. diese Mitth. Forts IV, No. 16, diese Ann. Bd. 422, S. 125, Taf. I, Fig. 25). In diesem Falle können beide Rutilindividuen eine identische Stellung zum Eisenglanz besitzen. Das Verhältnifs ist in Fig. 14 angedeutet.

78. Merkwürdige Krystalle von künstlichem gediegen Kupfer.

Auf der Versammlung der deutschen geologischen Gesellschaft zu Wiesbaden (Sept. 1873) übergab mir Herr Prof. v. Seebach eine krystallinische Bildung von gediegen Kupfer, welche auf galvanischem Wege durch Hrn. Prof. Senft in Eisenach dargestellt war. Aus einem Aggregat sehr kleiner Krystalle ragen gröfsere hervor, welche eine Ausdehnung bis zu 4 Mm. erreichen. Das Ansehen dieser Kupferkrystalle war ein ganz ungewöhnliches, so dafs, auch nachdem erkannt war, dafs eine regelmäfsige Verwachsung vorläge, es mir nicht sogleich gelingen wollte, die Flächen zu deuten. Sämmtliche gröfsere Krystalle, welche auf einer kleinkörnigen Masse von Kupfer aufgewachsen sind, zeigen eine fast identische Ausbildung, welche in den Figuren 15, 15*a* und *b* dargestellt ist.

Die Krystalle sind stets Zwillinge, mit einem Ende aufgewachsen, etwas verlängert in der Richtung gegen das freie Ende. Das Zwillingsgesetz ist das gewöhnliche, bei welchem eine Oktaëderfläche Zwillings- und Verwachsungsebene ist. Meist begränzen sich die beiden Individuen noch mit einer zweiten Ebene, normal zur Zwillingsfläche und bilden so Penetrations- oder Durchkreuzungszwillinge.

Fig. 15 stellt eine schiefe Projection der so merkwürdigen Gebilde dar, 15*b* eine gerade Projection auf die Zwillingsebene, 15*a* eine solche auf eine Ebene normal zum Zwillingsprisma. Den Schlüssel zur Entzifferung der Combination bildete die schiefe Kante $o : \underline{o}$ Fig. 15, deren Werth nahe 141° gefunden wurde. Es ist dies die bekannte Zwillingskante (141° 4′), zu welcher am sog. Spinellzwilling die Oktaëderflächen beider Individuen zusammenstofsen. Die Neigung $o : \underline{o}$ ergab sich sehr nahe gleich 109° 28′, d. h. gleich dem Kantenwinkel des Oktaëders. Die Flächen *i* gehören einem Ikositetraëder an. Zur Bestimmung desselben diente die vertikale Kante $i : \underline{i} =$ (Fig. 15) $= 83°$, demnach $i : o' = 138\frac{1}{2}°$; so ergiebt sich die Formel von $i = (a : a : \frac{1}{6}a)$, 6*O*6,

6*O*6 ist eine bisher beim gediegen Kupfer nicht bekannte Form, welche wohl zuerst am Bleiglanz (G. Rose's Elem. d. Kryst. III. Aufl. von Alex. Sadebeck), dann am Binnit von Schrauf und an demselben Mineral auch von Dr. Hessenberg und mir beobachtet wurde. An unsern Kupferkrystallen treten die Flächen des Ikositetraëders mit eigenthümlicher Hemiëdrie auf. Betrachten wir einen Quadranten des Zwillings Fig. 15, so leuchtet alsbald ein, dafs in diesem Quadranten zwei andere Flächen 6*O*6 zur Ausbildung hätten gelangen können. Dieselben müfsten auftreten an den spitzen Ecken der Fläche *o*. In Fig. 16 ist das Ikositetraëder 6*O*6 in derselben Stellung und in gerader Projection gezeichnet wie dasselbe in dem zur Linken liegenden Individ des Zwillings Fig. 15*b* erscheint. Die beiden Flächen des Ikositetraëders, welche denen des Zwillings entsprechen, sind durch Schraffirung

hervorgehoben. Für unseren Durchkreuzungszwilling berechnen sich folgende Winkel (vgl. Fig. 15*a*):

	gemessen	berechnet	
$o : o' =$		$109^{\circ}\ 28'$	
$o : i =$	$124\frac{1}{2}{}^{\circ}$	$124\ 11$	
$i : i =$	$109\frac{1}{2}$	$110\ \ \frac{3}{4}$	
$o : o'' =$		$109\ 28$	
$o : \underline{o} =$	$140\frac{1}{2}$	$141\ 4$	
$o : \underline{i} =$	$83\ 0'$	$82\ 56$	
$i : \underline{i} =$	$140\frac{1}{2}$	$141\ 20$	einspr.

Man bemerke, dafs nahe gleich ist der Winkel der ausspringenden Zwillingskante $= 141^{\circ}\ 4'$ und derjenige der einspringenden (seitlichen) Kante $= 141^{\circ}\ 20'$. Ein anderes bemerkenswerthes Winkelverhältnifs ergiebt sich, wenn wir an das Zwillingsprisma $\underline{i}\ i\ o\ \underline{o}$ eine horizontale, gleichsam basische Fläche legen und die Neigungen von o zur Zwillingsebene und zu dieser Basis betrachten: jene ist $70^{\circ}\ 32'$, diese letztere $35^{\circ}\ 16'$ d. h. genau die Hälfte. Es folgt dies daraus, dafs die bezeichnete Ebene eine Oktaëderfläche ist. Am Ikositetraëder $6O6$ ist die Neigung zweier in der oktaëdrischen Ecke gegenüberliegenden Kanten ($161^{\circ}\ 4\frac{1}{2}'$) nahe gleich dem Winkel der oktaëdrischen Kanten selbst ($161^{\circ}\ 20'$). Diese beiden nähern sich in dem Maafse, als die Ikositetraëder würfelähnlicher werden.

Unter den vorliegenden Kupferzwillingen befinden sich auch solche, bei denen das eine Individuum auf den Raum eines Quadranten beschränkt ist, während das andere drei Quadranten einnimmt. Auf Fig. 15*a* blickend, denke man sich das links vorne liegende Individ auch den Quadranten hinten links einnehmend. Es geschieht dies in der Weise, dafs die Fläche $\underline{i'}$ jenen ganzen Quadranten ausfüllt und sich mit o' in einer Kante schneidet. An die Stelle der Zwillingskante $o'' : \underline{o'}$ ist nun die Kante $\underline{i'} : \underline{o'}$ getreten, welche genau dieselbe Lage resp. Neigung zur

Vertikalen besitzt wie jene, während der Winkelwerth 112° 0′ beträgt statt der Zwillingskante $o : \underline{o} = 141° 4'$.

Was die Ausbildung der Flächen betrifft, so ist das Oktaëder eben und glänzend, während die Ikositetraëderflächen weniger gut gebildet und etwas gewölbt sind.

Die oben geschilderten Krystalle wurden durch Prof. Senft in einem, dem sogen. Meidinger'schen Elemente ähnlichen Apparate dargestellt, dessen wesentlichste Theile die folgenden sind. Ein gröſseres Gefäſs, dessen unterer Theil zu einem engeren Vorstoſs gestaltet, ist mit Bittersalzlösung gefüllt. In dieselbe taucht eine umgestülpte, mit einem durchbohrten Kork verschlossene Flasche, welche mit Wasser und Kupfervitriolkrystallen gefüllt ist. Auf dem Vorstoſs des gröſseren Gefäſses ruht ein Zinkring, während der untere engere Theil des Gefäſses einen Kupferring enthält. Mit den Ringen sind die Leitungsdrähte in Verbindung. Das galvanisch ausgeschiedene Kupfer setzt sich nun theils am Kupferring, theils an den Wänden des engeren Theils des gröſseren Gefäſses ab. (Nach einer brieflichen Mittheilung des Hrn. Prof. Senft; s. dessen bald erscheinende Synoptik des Mineralreichs.)

79. Hypersthen vom Mont Dore in der Auvergne, entdeckt von Hrn. Des Cloizeaux.

Hr. Des Cloizeaux hatte die Güte, in einer brieflichen Mittheilung (17. Aug. 1873) von seiner interessanten Entdeckung des Hypersthens in einem trachytischen Gesteine des Rocher du Capucin bei den Bädern des Mont Dore mich zu benachrichtigen (s. Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. Bd. XXV, S. 566). Vor Kurzem hatte derselbe ausgezeichnete Forscher die Güte, mir mehrere Handstücke jenes Vorkommens zu senden, welche bei ihrem hohen Interesse mir Veranlassung bieten, zugleich auf Grund der von Des Cloizeaux gegebenen Beschreibung (*Traité de Minéralogie T. II, p. XV,* 1874) einige Bemerkungen über die in Rede stehenden Krystalle und ihre Beziehungen zum Hypersthen (Amblystegit) vom

Laacher See zu machen (s. diese Mitth. Forts. VIII, No. 41, diese Ann. Bd. 138, S. 529). Das Interesse des Gegenstandes resultirt besonders aus der Erwägung, dafs der Hypersthen, welcher früher nur, in plutonischen Gesteinen eingewachsen, ohne Krystallform bekannt war, erst vor wenigen Jahren in Auswürflingen des Laacher Sees in ausgezeichneten kleinen Krystallen aufgefunden wurde, deren Form genau übereinstimmt mit dem fast gleichzeitig von V. v. Lang aus dem Breitenbacher Meteoreisen (zusammen mit Asmanit Maskelyne's, rhombische Kieselsäure) beschriebenen Bronzit. Des Cloizeaux's Entdeckung berechtigt zu der Annahme, dafs Hypersthen (d. h. die rhombische Species der Augitfamilie) mehr verbreitet in vulkanischen Gesteinen sey, und sich bisher unter den in Poren dieser Gesteine aufgewachsenen kleinen Augiten verborgen hat.

Die von Hrn. Des Cloizeaux gesandten Gesteine entsprechen einem zweifachen Vorkommen, indem das eine den Hypersthen in braunen rektangulären Prismen, das andere ihn in äufserst dünnen lichtgrünlichen Täfelchen zeigt.

a) das Muttergestein ist ein dunkler Trachyt, mit vielen Drusen und etwas streifigem Gefüge. Die Drusen, zu denen sich die Gesteinsmasse förmlich auflöst, sind fast ganz erfüllt mit zierlichen Krystallen von Sanidin und Tridymit, erstere wohl als etwas ältere, letztere als etwas jüngere Bildung, mit ihnen Eisenglanz und Hypersthen. Die rektangulären Prismen des Hypersthens sind in der Richtung der Brachydiagonale (Axe *a*) gewöhnlich etwas dicker als parallel der Axe *b*. Ihre Länge beträgt bis 3^{mm}, ihre Dicke $\frac{1}{2}$ bis 2^{mm}. Sie sind durchscheinend, stark dichroitisch, sehr glänzend, besonders auf den Flächen *a* und *b*.

An diesen Krystallen, welche in den Figg. 19 und 19*a* dargestellt sind, beobachtete ich folgende Flächen:

$o = (a : b : c)$,	P	Des Cl. $b^{\frac{1}{2}}$
$i = (\frac{1}{2}a : b : c)$,	$2\bar{P}2$	a_3
$e = (a : 2b : c)$,	$\bar{P}2$	n
$u = (a : \frac{2}{3}b : c)$,	$\frac{3}{2}\breve{P}\frac{3}{2}$	x
$y = (\frac{1}{2}a : \frac{2}{3}b : c)$,	$2\bar{P}\frac{4}{3}$	
$m = (a : b : \infty c)$,	∞P	m
$z = (a : 2b : \infty c$,	$\infty \bar{P}2$	
$h = (4b : c : \infty a$,	$\frac{1}{4}\breve{P}\infty$	c^4
$k = (2b : c : \infty a$,	$\frac{1}{2}\breve{P}\infty$	e^2
$l = (\frac{4}{3}b : c : \infty a$,	$\frac{3}{4}\breve{P}\infty$	
$d = (\frac{1}{2}a : c : \infty b$,	$2\bar{P}\infty$	
$a = (a : \infty b : \infty c)$,	$\infty \bar{P}\infty$	h^1
$b = (b : \infty a : \infty c)$,	$\infty \breve{P}\infty$	g^1
$c = (c : \infty a : \infty b$,	$0P$	p

An diesen Krystallen maafs ich mit dem grofsen Goniometer:

Kr. I. $m : b = 134^\circ\ 18'$
Kr. II. $m : b = 134\ \ 18$
$m' : b = 134\ \ \ 4.$

Diese Kante giebt Des Cloizeaux zu $134^\circ\ 6'$ an; für den Hypersthen von Laach beträgt der Werth $134^\circ\ 10'$ und für den Bronzit von Breitenbach nach von Lang $133^\circ\ 18'$

$m : u = 134^\circ\ 54'$
$52'.$

Am Hypersthen von Laach $134^\circ\ 53\frac{1}{2}$; Bronzit von Breitenbach $134^\circ\ 57$.

$u : u' = 132^\circ\ 2'$; ($131^\circ\ 55'$ Laach; $131^\circ\ 50'$ Breitenbach)
$a : u = 114^\circ\ 0'$; ($114^\circ\ 2\frac{1}{2}$ Laach; $114^\circ\ 5'$ Breitenbach).

b) Die zweite Varietät des Hypersthens, äufserst dünne Täfelchen von lichtgrüner Farbe, schmückt die Poren und Blasenräume eines feinkörnigen lichten Trachyts, in Begleitung von wasserhellen Tridymitgruppen, Magneteisen und feinen bis 4^{mm} langen und $\frac{1}{2}^{mm}$ dicken Prismen, welche

durch Des Cloizeaux als Zirkon bestimmt wurden. Die sehr kleinen demantglänzenden Krystalle stellen eine Combination der Grundform mit dem ersten quadratischen Prisma dar. Sie erhalten ein abweichendes Ansehen dadurch, daſs von den vier Oktaëderflächen, welche zur Polecke zusammenstoſsen, nur zwei, welche sich in einer Polkante schneiden, entwickelt sind. Ich maaſs am groſsen Goniometer

$$\begin{aligned} \infty P : \infty P &= 90^{0} \\ P : P &= 123\ 26' \\ &28 \\ P : \infty P &= 132\ 7, \end{aligned}$$

welche Winkel sehr gut mit denen des Zirkons übereinstimmen. Die Flächen, namentlich des Prismas, tragen ähnliche Vertiefungen, wie sie für die sublimirten Krystalle des Vesuvs so charakteristisch sind. Das Auftreten des Zirkons mit allen Anzeichen eines durch Sublimation gebildeten Minerals ist sehr unerwartet. Alle genannten Mineralien sitzen auf einer die Drusenwandung bildenden weiſsen, körnigen Silikatmasse. Die äuſserst kleinen grünlichen Hypersthene besitzen die Form Fig. 18, 18*a*, eine Combination der Flächen:

$$\begin{aligned} u &= (a : \tfrac{2}{3} b : c), \quad \tfrac{3}{2}\breve{P}\tfrac{3}{2} \\ m &= (a : b : \infty c, \ \infty P \\ k &= (2b : c : \infty a), \ \tfrac{1}{2}\breve{P}\infty \\ d &= (\tfrac{1}{2}a : c : \infty b), \ 2\bar{P}\infty \\ a &= (a : \infty b : \infty c), \ \infty\bar{P}\infty \\ b &= (b : \infty a : \infty c), \ \infty\breve{P}\infty. \end{aligned}$$

Die Fig. 17 giebt die nur wenig veränderte Zeichnung Des Cloizeaux's wieder.

Zum Vergleiche mit den Hypersthenen aus der Auvergne ist in Fig. 20 nochmals die Varietät vom Laacher See in gerader Projektion auf die Horizontalebene dargestellt. Während die Laacher Krystalle in der Richtung der Querfläche *a* etwas mehr ausgedehnt sind, herrscht

an den Hypersthenen vom Capucin meist die Längsfläche *b* (Brachypinakoïd).

80. Foresit, ein neues Mineral der Zeolith-Familie aus den Granitgängen der Insel Elba.

Durch die Güte des Hrn. Raf. Foresi zu Portoferrajo, welcher um die mineralogische Kenntnifs seiner heimathlichen Insel, namentlich durch Begründung eines mineralogischen Museums aller elbanischen Vorkommnisse zu Portoferrajo grofse Verdienste sich erworben hat, erhielt ich vor Kurzem einige neue Mineralfunde, die eine interessante Ergänzung der bisher bekannten granitischen Gangmineralien jenes berühmten Vorkommens darbieten [1]). Es sind zeolithische Mineralien, welche bekanntlich in granitischen Gesteinen nur selten und sporadisch erscheinen. Hr. Foresi fügte seiner Sendung die Mittheilung hinzu, „dafs die übersandten Mineralien — rothe Turmaline, bedeckt von einer weifsen aus kleinen Krystallen bestehenden Kruste; sehr reiner frischer Pollux; kleine Krystalle von Gyps-ähnlichem Ansehen, welche man für Heulandit hält; ferner sphärische Gebilde, welche theils als Prehnit theils als Stilbit angesprochen werden; endlich derber Castor — sich in der ihm eigenthümlich zugehörigen grofsen Granitmasse *„Masso della fonte del Prete“* in unmittelbarer Nähe des Dorfs S. Piero in Campo gefunden haben und dort in 4^m Tiefe durch Sprengarbeit gewonnen worden seyen.“

Die zugleich mit den Mineralien gesandten Gesteinsstücke bestehen aus dem charakteristischen Turmalingranit, einem Gemenge von Feldspath — in diesen Stücken lichtfleischroth —, weifsem Oligoklas mit deutlicher Zwillingsstreifung, Quarz, Lithionglimmer, Turmalin. Das letztere Mineral ist im Gesteine schwarz oder dunkelschwärzlichgrün, gegen die Drusen hin wird die Farbe lichtgrünlichgelb, stets mehr ausblassend, in den Drusen selbst stellt sich die pfirsichblüthrothe Farbe ein und zwar

1) S. Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. Bd. XXII, S. 644 (1870).

zunächst nur in den äufseren Partien des Krystalls. Während der grünlichgelbe Kern sich allmählig verliert, nimmt der ganze Krystall jene zarte Rosafarbe an, welche der Turmalin keines andern Fundorts in gleichem Tone zeigt. Ueberaus schön gränzt der peripherische grünlichgelbe und der centrale röthliche Farbenton an einander. In den Drusen finden sich nun, die genannten Mineralien — Feldspath, Oligoklas, Quarz, Lithionglimmer und Turmalin bedeckend: — *Desmin* (Breithaupt), der Strahlzeolith Werner's (Stilbit Des Cloizeaux's), *Stilbit* (Heulandit), endlich das neue Mineral, der *Foresit*. Der Desmin bildet bis 15^{mm} grofse sphärische Gebilde (Sphärodesmin), welche aus garbenförmig gruppirten Krystallen bestehen. Die Kugelfläche wird durch die gewölbte Basis der excentrisch ausstrahlenden Individuen gebildet. An den freier stehenden, weniger zusammengehäuften Krystallen bemerkt man von Krystallflächen: das Brachypinakoïd $\infty \breve{P} \infty$, welchem die vollkommene Spaltbarkeit parallel geht, das Makropinakoïd $\infty \bar{P} \infty$ mit verticaler Streifung, das rhombische Oktaëder P mit nur untergeordneten Flächen. Ich fand das spec. Gew. des elbanischen Desmins $= 2{,}207$ (bei 17° C.). Der Desmin nimmt zwar nicht Theil an dem eigentlichen Mineralgemenge des Ganggranits, erscheint vielmehr nur in den Drusenräumen; dennoch kann die Bildung dieses zeolithischen Minerals in den elbanischen Granitgängen nicht in der Weise eine secundäre seyn, dafs sie erst nach völligem Abschlufs der Bildung der übrigen Gangmineralien begonnen hätte. Es folgt dies aus der Thatsache, dafs die Desminkugeln zierliche rothe Turmaline rings umschliefsen, deren Entstehung offenbar gleichzeitig und gleichartig mufs gewesen seyn.

Von besonderem Interesse ist der elbanische Stilbit. Die Farbe ist lichtgelblich. Die Krystalle (Gröfse bis 4^{mm}), zwar schön gebildet, doch wegen nicht vollkommener Ebenheit der Flächen zu ganz genauen Messungen nicht

geeignet, sind eine Combination der bekannten Flächen (s. Taf. I, Fig. 23).

$$
\begin{array}{llll}
N & = (a : \infty b : \infty c), & \infty P \infty \\
M & = (\infty a : b : \infty c), & (\infty P \infty) \\
P & = (a : \infty b : c), & P \infty \\
T & = (\infty a : \infty b : c), & 0 P \\
z & = (\tfrac{1}{2} a : \tfrac{1}{2} b : c), & 2 P \\
u & = (\tfrac{3}{2} a : \tfrac{3}{2} b : c), & \tfrac{2}{3} P.
\end{array}
$$

Vorstehende Formeln beziehen sich auf die Aufstellung und die Grundform Naumann's (s. Elem. d. Min. 9. Aufl. S. 367), welcher an dem monoklinen Charakter des Stilbits festhält.

Manche dieser Krystalle zeigen in ihrer Mitte eine parallel dem Klinopinakoïd *M* verlaufende ebene Theilungsfläche. Diese Theilung wiederholt sich zuweilen mehrfach und bedingt eine Streifung, welche die gröfste Analogie mit der Zwillingsstreifung der triklinen Feldspathe besitzt. Die angedeutete Erscheinung ist an dem elbanischen Stilbit auch von A. d'Achiardi in seiner verdienstvollen *Mineralogia della Toscana p.* 114 (1873) bemerkt worden, wie aus seinen Worten hervorgeht: *Taluni di questi cristalli mostrano come un piano di unione nel loro mezzo e parallelo alla faccia secondo della quale avviene facilissima e perfetta la sfaldatura* [1]). In Bezug auf die zuweilen bei dem Stilbit auftretende, zwillingsähnliche Verwachsung theilt mein Freund Dr. Hessenberg mir in gefälliger Zuschrift vom 20. April Folgendes mit: „Ich habe die Thatsache der zwillingischen Theilung seit vielen Jahren an Isländer Krystallen in meinem Besitze besonders schön zu sehen Gelegenheit gehabt. Sie selbst scheinen den Stilbit mit den meisten Mineralogen für entschieden monoklin zu halten. Aber gerade die Zwillingstheilung, von Breithaupt (Handb. d. Mineralogie Bd. III, S. 449 und Atlas Taf. XI, Figg. 276 und 277) schon vor Jahren beob-

1) Ueber zeolithische Mineralien in den Granitgängen Elba's gab auch Nachricht Gius. Grattarola *„Sopra alcuni minerali dell' isola d'Elba non ancora descritti o accennati"* im *Bolletino Geologico No.* 9, 10. 1872.

achtet, hat denselben veranlaſst, das Mineral für triklin zu halten. Vielleicht giebt es beim Stilbit zwei polysymmetrische Varietäten (im Sinne Scacchi's); denn in der That, so deutlich die zwillingische Halbirung sich an den Isländer Krystallen zeigt, so entschieden fehlt dieselbe an andern Fundorten. Die Krystalle vom Giebelbache bei Viesch, sodann die rothen von Drio le Palle in Fassa verhalten sich ganz monoklin. Bei den Isländischen ist es aber genau wie Breithaupt's Figuren es darstellen; sie zeigen eine mehrfach lamellare Zusammensetzung mit ein- und ausspringenden Winkeln, ähnlich — nur nicht so fein — wie beim Albit, und resultiren vielleicht aus einem ähnlichen Zwillingsgesetz: Drehungsaxe ist die Normale zum Brachypinakoïd M.

An einem von Dr. Hessenberg mir verehrten kleinen, vortrefflich ausgebildeten Isländer Stilbit konnte ich für dies Vorkommen durch genaue Messung am groſsen Goniometer die trikline Natur bestätigen. An diesem Krystall (s. Fig. 23) bilden die Flächen $P:\underline{P}$, $N:\underline{N}$ deutlich wahrnehmbare stumpfe ausspringende Kanten; die Unterseite war verbrochen. Gut meſsbar waren die folgenden Kanten, zu deren Vergleichung die von Des Cloizeaux angegebenen Werthe dienen mögen:

		Des Cloizeaux
$z : P =$	146° { 37 / 35	146° 53′
$P : u =$	155 { 24 / 22	155 23
$z : u =$	138 44	138 21
$u : M =$	107 { 50 / 55	106 34
$z : M =$	112 25	111 58
$P : M =$	90 39	90 0

Man ersieht aus diesen Messungen und Andeutungen, daſs die krystallographische Kenntniſs des Stilbits noch keineswegs vollkommen abgeschlossen ist. Der Stilbit aus den elbanischen Granitgängen würde sich, zufolge der Zwillingserscheinungen, der triklinen Isländer Varietät anreihen.

Dem Desmin und Stilbit reiht sich, als drittes zeolithisches Mineral, der Foresit an. Auf dies Mineral wurde zuerst die Aufmerksamkeit gelenkt durch die Ingenieure G. Pullé und C. W. Capacci in einem Aufsatze „*Un viaggio nell' arcipelago Toscano*“, gedruckt in der zu Florenz erscheinenden Zeitung *La Nazione* No 49 — 52, 1874. „Dies Mineral, in Bezug auf welches wir hoffen, daſs es zu Ehren des Hrn. Raf. Foresi, welcher es entdeckte, Foresit möge genannt werden, bildet gewöhnlich eine aus kleinen Kryställchen gebildete Inkrustazion auf den anderen Drusenmineralien des Turmalingranits.“ Der Foresit erscheint als das jüngste Gebilde jener Drusen, denn er inkrustirt nicht nur den Feldspath und Turmalin, sondern in gleicher Weise auch den Desmin, in einer 1 bis 2 Mm. dicken weiſsen Rinde. Besonders häufig ist der Turmalin mit dieser Foresit-Rinde überzogen, welche den Turmalin zuweilen gänzlich bedeckt und dessen Form nur unvollkommen hervortreten läſst. Zuweilen wölbt sich die, ursprünglich offenbar dem rothen Turmalin anliegende Rinde empor, indem sich unter ihr eine neue Inkrustazion bildet. Diese krystallinischen Krusten finden sich meist noch den Turmalinen anhaftend, von welchen man sie leicht absprengen kann (wobei der Turmalin mit glänzenden und glatten Flächen entblöſst wird), nicht selten indeſs finden sie sich gleich Hohlformen isolirt.

Das Krystallsystem des Foresits ist rhombisch, die Form sehr ähnlich derjenigen des Desmins. Die bis 1 Mm. groſsen Prismen sind eine Combination des Makro- und Brachypinakoids ($\infty \bar{P} \infty$ und $\infty \breve{P} \infty$), das letztere, mit Perlmutterglanz, besitzt eine sehr deutliche Spaltbarkeit und herrscht vor über das Makropinakoid, welches nur Glasglanz besitzt. Am Ende sind die kleinen Prismen begränzt durch die basische Fläche oP. Sehr untergeordnet tritt, nur selten, das Oktaëder P mit kleinen dreiseitigen Flächen auf, die den Kanten des rektangulären Prismas aufgesetzt sind. Es gelangen nur zwei annähernde Messungen dieser klei-

nen Oktaëderfläche, der Kanten $P : oP = 132°$ und $P : \infty\breve{P}\infty$ = circa 121°. Diese Winkel, sowie die ganze Flächencombination und das Ansehen der Foresitkrystalle spricht für ihre Isomorphie mit dem Desmin, bei welchem die Neigung $P : oP = 132° 0'$ und $P : \infty \breve{P} \infty = 120° 22'$ (nach Des Cloizeaux). Die Basis ist, ähnlich wie bei dem Desmin, etwas gewölbt; das spec. Gew. wurde in zwei Versuchen bestimmt = 2,403 und 2,407, (bei 17° C.) erheblich höher als das Gewicht des Desmins = 2,1 bis 2,2.

Der Wassergehalt des Foresits wurde durch Glühen bestimmt, nachdem die Ueberzeugung von der Abwesenheit des Fluors gewonnen war. 0,584 Gr. Substanz waren längere Zeit bei 50° C. getrocknet worden. Dieselben verloren

nach zweistündigem Erhitzen bei	100° — 110°	1,71 Proc.
„ „ „ „	160 — 180	5,65 „
bei schwachem Rothglühen, ½ Stunde		15,38 „
bei starkem Rothglühen, ¼ Stunde		14,89 „
bei sehr starkem Glühen über dem Gebläse		15,06 „

Eine zweite Bestimmung ergab Folgendes: 0,918 Gr. verloren, nachdem sie längere Zeit bei 50 — 60° getrocknet,

nach dreistündigem Erhitzen bei	200° — 240°	6,59 Proc.
bei Rothglühen eine halbe Stunde,		14,76 „
über dem Gebläse		15,09 „

In einem dritten Versuche wurde der gesammte Wassergehalt = 15,31 bestimmt.[1]) Vor dem Löthrohr bläht sich der Foresit auf und schmilzt. Durch Chlorwasserstoffsäure schwierig zersetzbar; die Kieselsäure scheidet sich nicht gallertartig ab. Nach starkem Glühen und Verlust des Wassers ist das Mineral in H Cl nur noch sehr wenig zersetzbar. Durch eine qualitative Analyse wurden als Bestandtheile nachgewiesen: Kieselsäure, Thonerde,

1) In einem vierten Versuche war der Wasseraustritt nach 3 stündigem Erhitzen auf 180° 5,06 Proc.; 3 Stunden bei 200° 5,76. Mehrstündig fortgesetztes Erhitzen hatte keinen weitern Wasserverlust zur Folge. Der gewöhnlichen Temperatur während 10 bis 12 St. ausgesetzt, nahm das Mineral das verlorene Wasser wieder auf. — Verlust bei Dunkelrothglühen 13,78; bei stärkerem Glühen 14,9; über dem Gebläse 15,20 Proc.

Kalkerde, kleine Mengen von Magnesia und von Alkalien. Drei Analysen, welche mit dem, von zwei verschiedenen Sendungen des Hrn. Foresi herrührenden Material ausgeführt wurden, ergaben:

	I.	II.	III.	Mittel	
Kieselsäure	49,87	50,06		49,96	Ox. 26,64
Thonerde	27,69	27,11		27,40	12,70
Kalk	5,37	5,57		5,47	1,56
Magnesia	0,45	0,36		0,40	0,16
Kali	—	—	0,77	0,77	0,13
Natron	—	—	1,38	1,38	0,36
Wasser	15,09	15,06	—	15,07	13,40
				100,45.	

Es verhalten sich demnach die Sauerstoffmengen, welche wir uns verbunden denken mit $CaO\,(MgO) + Na_2O(K_2O) : Al_2O_3 : SiO_2 : H_2O = 0{,}99 : 5{,}72 : 12 : 6{,}04$, wofür wir setzen können $1 : 6 : 12 : 6$.

Da nun Ox. von $CaO\,(MgO)$: Ox. von $Na_2O\,(K_2O) = 1 : 3$, so können wir die Formel des Foresits schreiben:

$$Na_2O,\ 3\,CaO,\ 8\,Al_2O_3,\ 24\,SiO_2,\ 24\,H_2O.$$

Zufolge der zweiten oben angegebenen Wasserbestimmung dürfen wir vielleicht annehmen, dafs ungefähr die Hälfte des Wassergehalts bei einer anhaltenden Temperatur von 240° — 250° fortgehe, dafs aber die andere Hälfte erst durch Glühen ausgetrieben werden kann. Wenn wir dieser Thatsache in der Formel Ausdruck geben, so können wir dieselbe schreiben

$$H_{24}\,Na_2\,Ca_3\,Al_{16}\,Si_{24}\,O_{88} + 12\,H_2O.$$

Die aus der Formel berechnete Zusammensetzung ist:

Kieselsäure	49,27
Thonerde	28,14
Kalk	5,76
Natron	2,05
Wasser	14,78
	100,00.

Die Selbständigkeit des Foresits als einer neuen Spezies erhellt sogleich aus einer Vergleichung der gefundenen Mischung mit derjenigen der bereits bekannten Zeolithe.

Am nächsten verwandt ist wohl der Desmin, nicht nur in der Krystallform, wie bereits oben angedeutet, sondern auch in der chemischen Mischung, wie aus seiner Formel $CaO, Al_2O_3, 6SiO_2, 6H_2O$ erhellt. Die Formel des Desmins unterscheidet sich demnach dadurch, dafs anstatt zweier nur Ein Mol. Thonerde vorhanden ist. Eine ähnliche Mischung hat auch der Skolezit, $CaO, Al_2O_3, 3SiO_2, 3H_2O$, vom Foresit verschieden durch die doppelte Menge der Kalkerde. Der Foresit zeichnet sich vor allen bekannten Zeolithen durch das Zurücktreten des zweiwerthigen Elements (Ca) in der Formel im Vergleiche zu Al und Si aus. Wenn die gefundene Mischung nicht ganz mit der berechneten in Uebereinstimmung ist, so liegt der Grund offenbar in der Schwierigkeit, vollkommen reines Material zu erhalten. In der That sind den aus kleinen Foresitkrystallen gebildeten Rinden auch feine Quarzprismen, sowie Desmine und rothe Turmaline beigemengt. Letztere stellen sich zuweilen als fast haarfeine Nadeln dar.

Unter den die grofsen Drusen der Granitmasse *della Fonte del Prete* erfüllenden und bekleidenden Mineralien verdient eine besondere Beachtung der Pollux, welcher sich in etwas gröfserer Menge als früher und in grofser Reinheit gefunden hat. Das Ansehen der Stücke ist dasjenige des reinen Kamphers. Die Flächenrudimente, welche die wie zerfressen erscheinenden Stücke begränzen, haben einen schwach opalisirenden Glanz. Aufser in derben Massen hat sich in jenen Drusen der Pollux auch krystallisirt gefunden; unter den von Hrn. Foresi gefundenen Krystallen besitzt einer ein Gewicht von 71 Gr., während jener bekannte Krystall in der *Ecole des mines* zu Paris nur etwa 20 Gr. wiegt. Ich bestimmte das spec. Gew. eines 3,5 Gr. schweren Stückchens Pollux 2,877. Der durch Glühen ermittelte Wassergehalt des frischen, wasserhellen Pollux beträgt 2,54 Proc. in naher Uebereinstimmung mit der Bestimmung Pisani's (*Compt. rend. T.* 58, *p.* 714) = 2,40 und Plattner's = 2,32. Ueber die Zusammensetzung dieses Pollux hoffe ich später Mittheilung machen zu können.

Anmerkung 1. Als weitern Beitrag zu unserer Kenntnifs der *Kalknatron-Feldspathe* (s. diese Mitth. No. 50, Ann. Bd. 144, S. 219 und No. 65, Ann. Bd. 147, S. 274; desgl. Anmerk. Ergänzungsbd. VI S. 378) theile ich in folgender Tabelle die Resultate der Analysen von 4 Plagioklasen mit, welche constituirende Gemengtheile einiger andesitischer Trachyte des Hochlandes von Ecuador bilden (s. Monatsber. d. Akad. d. Wiss. Berlin. Sitz. v. 8. Jan. 1874).

	I.	II.	III.	IV.
Kieselsäure	60,48	59,39	59,1	55,86
Thonerde	25,35	26,08	26,1	28,10
Kalk	7,25	8,20	8,85	10,95
Kali	0,08	0,22	0,5	—
Natron	7,28	6,74	5,5	5,09
	100,44	100,63	100,05	100,00.

I. Plagioklas aus dem Quarz-Andesit des Vulkans Mojanda. Spec. Gew. 2,666 (bei 15° C.). Glühverlust 0,04. Kieselsäuregehalt des Gesteins = 69,78 Proc.

II. Plagioklas aus dem röthlichen Andesit des Kraters Pululagua. Spec. Gew. 2,659 (bei 16° C.). Glühverlust 0,12. Kieselsäuregehalt des Gesteins = 65,16 Proc.

III. Plagioklas aus dem Hornblende-Andesit des Guagua-Pichincha. Spec. Gew. 2,620 (bei 16° C.). Glühverlust 0,01. Kieselsäuregehalt des Gesteins 64,55 Proc. (Die Analyse weist nur die ersten Decimalen auf, weil das zu jeder der beiden Analysen zur Verfügung stehende Material nur 0,5 Gr. betrug).

IV. Plagioklas aus dem Hornblende-Andesit von Pomasqui (3 Leguas nördlich Quito). Spec. Gew. 2,644 (bei $15\frac{1}{2}$° C.). Glühverlust 0,11. Kieselsäuregehalt des Gesteins, eines Einschlusses der trachytischen Calacali-Tuffe, = 62,03 Proc. Es wurde von diesem Feldspath nur Eine Analyse (mittelst Aufschliefsen durch kohlensaures Natron) ausgeführt, und das Natron aus dem Verluste bestimmt.

Die Plagioklase I, II, III können demnach als eine isomorphe Mischung von 1 Mol. Albit + 1 Mol. Anorthit betrachtet werden, deren Zusammensetzung folgende seyn würde:

Kieselsäure 59,73. Thonerde 25,59. Kalk 6,97. Natron 7,71.

Die konstituirenden Plagioklase der Andesite des Mojanda (oder Yana-Urcu), des Kraters Pululagua und des Vulkans von Quito, des Pichincha, sind demnach Andesin.

Der Plagioklas IV kann als eine isomorphe Mischung von 1 Mol. Albit + 2 Mol. Anorthit, d. h. als ein Labrador betrachtet werden, dessen berechnete Mischung:

Kieselsäure 55,53. Thonerde 28,49. Kalk 10,35. Natron 5,73.

Diese Analyse lehrt demnach, dafs in den Andesiten auch Labrador als konstituirender Gemengtheil vorkommen kann.

Anmerkung 2. *Krystallform des Cordierits* (Dichroit) der *Laacher Auswürflinge.* Cordierit-führende Gesteine bilden eine der bemerkenswerthesten Eigenthümlichkeiten der Geologie des Laacher Sees. Am Vesuv nichts Analoges bekannt. Es sind schiefrige Gesteine, welche aufser Cordierit auch Sanidin, Biotit und — accessorisch — Saphir, Granat, Diopsid, Ceilanit, Magneteisen u. e. a. Mineralien enthalten. Prof. Th. Wolf (jetzt in Quito) hat den Laacher Cordieritgesteinen in seiner vortrefflichen Arbeit „die Auswürflinge des Laacher Sees" (Zeitschr. deutsch. geol. Ges. Bd. XIX, S. 472) eine genaue Beschreibung gewidmet, welche durch einige Bemerkungen über die Formen dieses Cordierits zu ergänzen, ich mir gestatte, siehe Taf. I Figg. 21 und 22.

Das Schiefergestein, aus welchem die mir bereits vor längerer Zeit durch Hrn. Wolf verehrten Krystalle stammen, läfst aufser Cordierit noch erkennen: Granat in lichtgelblichen bis röthlichen kleinen Krystallkörnern; Diopsid in bis 10^{mm} grofsen, zuweilen zu Büscheln vereinigten Strahlen, welche theils in der Schieferungsebene, theils quer gegen dieselbe liegen. Die Cordierite, 1 bis 4^{mm} grofs, dunkelviolblau, sind in der Gesteinsmasse eingewachsen, demnach ihre Flächenausbildung wenig vollkommen und zu Messungen nicht geeignet. Der Dichroismus der Krystalle ist sehr deutlich, sie erscheinen in der Richtung der Hauptaxe sehr dunkel, senkrecht gegen dieselbe viel lichter, bläulichgrau. Eine Verschiedenheit der Farbentöne in der Richtung der Makro- und der Brachydiagonale konnte ich nicht deutlich wahrnehmen. Die gewöhnliche Form der Laacher Cordierite ist in Fig. 21 Taf. I dargestellt. Fig. 22 stellt die an einem Krystall, welcher in einen drusenartigen Raum hineinragte, beobachteten Flächen dar. Demnach kommen am Laacher Cordierit folgende Formen vor, bezogen auf ein Oktaëder als Grundform, welches in den makrodiagonalen Endkanten 100° 34′, in den brachydiagonalen 135° 56′, in den Lateralkanten 95° 36′ mifst (es sind die von Des Cloizeaux für das Oktaëder $b^{\frac{1}{2}}$ angenommenen Winkel):

Oktaëder	$r = (a : b : c)$,	P
„	$s = (a : b : \frac{1}{2}c)$,	$\frac{1}{2}P$
„	$o = (a : \frac{1}{3}b : c)$,	$3\breve{P}3$
„	$u = (a : \frac{1}{3}b : \frac{1}{4}c)$,	$\frac{3}{4}\breve{P}3$
Vertic. Prisma	$m = (a : b : \infty c)$,	∞P
„	$d = (a : \frac{1}{3}b : \infty c)$,	$\infty\breve{P}3$
Makropinakoïd	$a = (a : \infty b : \infty c)$,	$\infty\bar{P}\infty$
Brachypinakoïd	$b = (\infty a : b : \infty c)$,	$\infty\breve{P}\infty$.

Die kleinen Prismen sind deutlich spaltbar parallel b. Die Basis, welche fast immer allein die Endigung bildet, zeigt meist deutliche Anwachsringe; zuweilen bemerkt man auf derselben Partien mit metallähnlichem Glanze.

Anmerkung 3. In No. 67 dieser Mitth. (Ergänzungsbd. VI, S. 337) schilderte ich die verschiedenen Formen der *vesuvischen Augitkrystalle*, namentlich der gelben Varietät. Es wurde damals versäumt, darauf hinzuweisen, dafs bereits 1856 Hr. Dr. Hessenberg (s. Min. Notizen No. 1 S. 19 und 21, Schriften d. Senckenberg'schen naturf. Gesellsch.) einen dieser seltenen, gelben vesuvischen Augitkrystalle beschrieben und gezeichnet hat. Jener Krystall wies aufser den Flächen $o = 2P$, $m = \infty P$, $a = \infty P\infty$, $b = (\infty P\infty)$, $s = P$, $p = +P\infty$, $c = oP$, $\tau = \frac{1}{2}P$ (bei Des Cloizeaux b^1) noch folgende mehr untergeordnete Hemioktaëder auf, welche in meinen Zeichnungen vesuvischer Augite nicht eingetragen sind: $\frac{3}{2}P3$ und $-2P$.

Die Hemipyramide $\frac{3}{2}P3 = (\frac{3}{2}c : a' : 3b)$ führt bei Des Cloizeaux die Signatur β; sie wurde an Diopsiden von Ala durch Marignac aufgefunden, an vesuvischen Krystallen zuerst von Hessenberg beobachtet. Die Form $-2P = (\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}b : c)$ wurde von Hessenberg entdeckt, entspricht $d^{\frac{1}{4}}$ bei Des Cloizeaux.

Erklärung der Tafel I.

Fig. 1, 1*a*. Juxtappositionszwilling des Tridymits nach einer Fläche $(6a : 6a : \infty a : c)$, $\frac{1}{6}P$.

Fig. 2, 2*a*. Penetrationsdrilling mit vorherrschendem Mittelindivid, nach demselben Gesetze, parallel einer Fläche $\frac{1}{6}P$.

Fig. 3. Juxtappositionsdrilling parallel $\frac{1}{6}P$ mit Durchwachsung des Mittelindivids.

Fig. 4, 4*a*. Vierling nach dem Gesetze „$\frac{1}{6}P$", die Individuen in Juxtaposition verbunden.

Fig. 5, 5*a*. Penetrationszwilling parallel einer Fläche $(\frac{4}{3}a : \frac{4}{3}a : \infty a : c)$, $\frac{3}{4}P$. Die Zwillingsebene halbirt den stumpfen einspringenden Winkel.

Fig. 6, 6*a*. Doppelzwilling. Die beiden äufsern Individuen I und II sind verbunden nach dem Gesetze „$\frac{3}{4}P$". Die mittleren Individuen sind mit den äufseren (III mit I und IV mit II) verwachsen nach dem Gesetze „$\frac{1}{6}P$".

Fig. 7, 7*a*. Zwillingsgruppe nach beiden Gesetzen: I und II sind verbunden parallel $\frac{3}{4}P$, III mit II parallel $\frac{1}{6}P$.

Fig. 8, 8*a*. Vierlingsgruppe. Der Drilling, Individuen I, II, III, verbunden nach dem Gesetze „$\frac{1}{6}P$" mit verkümmertem Mittelindivid. Individ IV zwillingsverbunden sowohl mit I als auch mit III entweder nach dem Gesetze „$\frac{3}{4}P$", oder als äufsere Individuen einer Gruppe parallel $\frac{1}{6}P$.

Fig. 9. Verwachsung von sechs Individuen. An einen Drilling parallel $\frac{1}{6}P$ mit vorherrschenden äufseren Individuen legt sich eine Tafel (gleich dem Ind. IV in der Fig. 8), welche sich durch die Individuen V und VI zum Drilling ausbildet.

Fig. 10. Verwachsung aus acht Individuen. Uebergang zur polysynthetischen Gruppirung der Tridymittäfelchen.

Fig. 11. Kalkspath-Zwilling vom Oberen See, in der Sammlung auf dem Schlosse Schaumburg an der Lahn.

Figg. 12, 13, 14. Verwachsungen von Rutil mit Eisenglanz. Die Stellung der Rutilindividuen wird bedingt durch feine Strahlen von Eisenglanz.

Figg. 15 bis 16. Gediegen Kupfer, auf galvanischem Wege dargestellt durch Prof. Senft in Eisenach. 15 ein Durchkreuzungszwilling in schiefer Projection, 15*a* in gerader Projection auf die Horizontalebene. Fig. 15*b* auf die Längsfläche. Fig. 16 das Ikositetraëder 6 *O* 6 projicirt auf eine Oktaëderfläche. Die schattirten Flächen entsprechen denjenigen, welche in der Fig. 15*b* vorhanden sind.

Figg. 17 bis 19. Hypersthen vom Capucin-Felsen unfern Mont-Dore les Bains in der Auvergne, entdeckt durch Hrn. Des Cloizeaux. 17 nach Des Cloizeaux, *Traité de Min. T. II* 1 *fasc.* 18, 18*a* grünliche Krystalle in Begleitung von Tridymit und Zirkon, 19, 19*a* braune Krystalle in Begleitung von Sanidin und Tridymit.

Fig. 20. Hypersthen von Laach (der sogen. Amblystegit).

Figg. 21 und 22. Cordierit von Laach.

Fig. 23. Stilbit-Zwilling von Island.

II. *Ueber directe und indirecte Bestimmung der Pole an Magneten;* *von Th. Petruschevsky,*

Professor der Physik an der Universität in Petersburg.

Coulomb's bekannte Arbeiten aus dem Ende des vorigen Jahrhunderts haben uns zuerst Aufschlufs über die Vertheilung des freien Magnetismus in durch Doppelstrich magnetisirten Stahlstäben gegeben; darauf bestimmte zuerst Biot die Gleichung der Curve, welche die Intensität des freien Magnetismus, in ihrer Aenderung von der Mitte zum Ende eines Magnets, ausdrückt und zeigte zugleich, dafs Coulomb's empirisch gefundene Curve im Allgemeinen mit der von Biot auf theoretischem Wege hergeleiteten so gut übereinstimmt, als die Genauigkeit von Coulomb's Methode zur Bestimmung der magnetischen Intensität an einzelnen Punkten des Magnets, erwarten

liefs. Bekanntlich wandte Coulomb hiezu die Schwingungsmethode an. Es ergab sich indessen bei näherer Prüfung, dafs die aus den Beobachtungen an den Endpunkten gefundenen Intensitäten, wenn sie auch verdoppelt wurden, bedeutend geringer waren, als es die Gleichung Biot's forderte. Zu den nämlichen Resultaten gelangten auch bei Anwendung verschiedener Beobachtungsmethoden andere Beobachter wie Lamont und Van Rees: die Biot'sche Gleichung stimmte im Allgemeinen mit den Beobachtungsresultaten; an den Endpunkten ergab sich jedoch eine zu starke Intensität. Diese Abweichungen schreiben die Beobachter den Schwierigkeiten zu, welche alle angeführten Beobachtungmethoden gerade für die Endpunkte darbieten. Ueberhaupt wird man zugeben müssen, dafs der Grad der Uebereinstimmung zwischen den Versuchsresultaten und der Biot'schen Formel, wenn er auch genügt, um das Gesetz über eine ideale Vertheilung des Magnetismus herzuleiten, doch zugleich zeigt, dafs die ideale Vertheilung von der wirklichen mehr oder minder abweicht und dafs diese Abweichung für jeden speciellen Fall eine andere seyn wird.

Bekanntlich fällt bei jeder Vertheilung des Magnetismus die Lage des Poles mit der Lage des Schwerpunktes einer Fläche zusammen, welche begränzt wird, einerseits durch die Curve der magnetischen Vertheilung, andererseits durch die dem Endpunkte entsprechende Intensität, als Ordinate und drittens endlich durch die Abscisse, welche durch die halbe Länge des Magnetstabes gebildet wird. Die Lage dieses Schwerpunkts kann sowohl durch Rechnung, als durch graphische Construction gefunden werden. Wenn nun in einem speciellen Falle die Lage des Poles bestimmt werden soll, so hat man erst die Vertheilung des Magnetismus für diesen speciellen Fall zu ermitteln und zwar für beide Hälften des Magnets gesondert. Die Genauigkeit in der Bestimmung dieser Lage hängt somit von der Genauigkeit der Methode ab, mit welcher die Vertheilung des Magnetismus bestimmt worden. Alle bis jetzt angewandten Beobachtungsmethoden sind

indessen sehr unvollkommen und bieten besonders grofse Schwierigkeiten für die Untersuchung der Endpunkte der Magnete; hier aber gerade ist die Vertheilung des freien Magnetismus für die Lage des Pols von hervorragendem Einflufs. Es mufs daher wünschenswerth erscheinen, eine allgemeine, nicht auf der Vertheilung des Magnetismus basirende, experimentelle Methode zur Bestimmung der Pole zu finden. Schon seit längerer Zeit beschäftige ich mich mit dieser Frage und habe die erste Lösung der Aufgabe im Jahre 1862 in einer, in russischer Sprache erschienenen Abhandlung gegeben. Da ich seitdem noch viele hieher einschlagende Untersuchungen angestellt habe, so will ich dieselben hier, systematisch geordnet und durch neue Beobachtungen ergänzt, mittheilen [1]).

In jüngster Zeit hat noch Pouillet seine Arbeiten über die Bestimmung der Pole bekannt gemacht; von den verschiedenen von Pouillet angewandten Methoden ist die letzte die beste, doch kann sie für Stahlmagnete nicht angewandt werden, da sie die Voraussetzung einer symmetrischen Lage der Pole involvirt, diese Voraussetzung aber, wie unten gezeigt werden soll, für Stahlmagnete im Allgemeinen unstatthaft ist. Daher kann Pouillet's Methode nicht in jedem speciellen Falle angewandt werden; dieses aber gerade ist für eine strenge Untersuchung der Magnetisirungsmethode nothwendig.

Indem ich nun zur Auseinandersetzung meiner Methode directer Bestimmung der Pole übergehe, will ich mich erst über einige Ausdrücke verständigen, welche ich

1) Meine Abhandlungen über den Magnetismus sind unter folgenden Titeln, alle in russischer Sprache, erschienen:
1. Ueber die Methode directer und indirecter Bestimmung der Pole in Magneten und Elektromagneten. Im „Boten" für die mathematischen Wissenschaften für 1862.
2. Ueber normales Magnetisiren. Petersburg 1865.
3. Methoden und Apparate zur Bestimmung der Pole in Magneten und Elektromagneten. In den Berichten der ersten Versammlung russischer Naturforscher in Petersburg. 1868.
4. Ueber die Bestimmung der Pole in Elektromagneten. In meinem Cursus der Experimentalphysik. Zweiter Band (1869) 1871.

häufig gebrauchen werde. *Absoluten* Pol nenne ich den Angriffspunkt der parallel gerichteten magnetischen Kräfte, *relativen* Pol hingegen den Angriffspunkt des Resultirenden aus nicht parallel gerichteten magnetischen Kräften. Wenn im Folgenden kurzweg vom Pole gesprochen wird, so soll darunter stets der absolute verstanden seyn, es sey denn, dafs das Gegentheil besonders hervorgehoben wird. Da die intensivsten magnetischen Kräfte auf einem kleinen Raume, nahe am Ende des Magnets concentrirt sind, so können dieselben als parallel gerichtete betrachtet werden in Bezug auf einen äufseren Punkt, welcher der Wirkung des Magnets ausgesetzt und demselben verhältnifsmäfsig nahe gerückt ist. Die Gültigkeit dieser Annahme wird weiterhin experimentell constatirt werden.

Erste Methode direkter Bestimmung der Pole.

Es stelle NOS (Fig. 1 Taf. III) die Horizontalprojection eines Magnets dar, welcher an einem, in der Mitte zwischen N und S liegenden Punkte aufgehängt sey. Die Linie MM' sey parallel zu NS und beide liegen in einer horizontalen Ebene. Der Linie MM' entlang mögen sich kleine, auf diese Linie senkrecht gerichtete und zugleich horizontale Magnete verschieben, die ich kurz die Nadeln nennen will. Betrachten wir zuerst die Wirkung der Nadel m auf den Pol N und zwar in der Voraussetzung, dafs die Entfernung Nm grofs genug sey, um zu gestatten, den Pol N als einen absoluten anzusehen.

Es läfst sich dann leicht zeigen, dafs die gegenseitige Wirkung, welche der Punkt N und die Nadel m auf einander ausüben, ihr Maximum erreicht, wenn m dem Pole N gerade gegenüber steht. In der That wird (Fig. 2, Taf. III) in beliebiger Stellung der Nadel $n's'$ ihre Wirkung T auf den Pol N durch die Gleichung

$$T = p\left(\frac{\sin^3 \alpha}{nN^2} - \frac{\sin^3(\alpha + \gamma)}{sN^2}\right)$$

ausgedrückt, worin p eine von der Intensität des Magnetes NS und der Nadel abhängige Constante bedeutet, α

hingegen und $\beta = \alpha + \gamma$ die Winkel CNn' und CNs'. Wenn wir nun, ohne auf die physikalische Bedeutung der Annahme einzugehen, $\gamma = 0$ setzen, so wächst hiermit offenbar der Werth von T; nun ist aber

$$\sin^3 \alpha \left(\frac{1}{nN^2} - \frac{1}{sN^2}\right) < \left(\frac{1}{nN^2} - \frac{1}{sN^2}\right),$$

d. h. unter der Voraussetzung $\gamma = 0$, ist die Wirkung der Nadel ns auf den Pol N geringer als der letzte Ausdruck und umsomehr mufs es daher der volle Werth von T seyn. Es befinde sich nun m (Fig. 1, Taf. III) in der geringsten Entfernung vom Pole N. Wäre aufser dieser Wirkung keine andere vorhanden, so wäre die Lage des Poles einfach durch den Kreuzungspunkt der verlängerten Nadel m mit dem Magnete NS gegeben. Nun mufs aber die Wirkung des S-Poles auf die Nadel m das eben erwähnte Resultat modificiren und wir wollen nun statt dieser perturbirenden Wirkung eine andere ihr gleiche aber entgegengerichtete einführen. Zu diesem Zwecke wird eine zweite Nadel m', der ersten m entgegengerichtet, eingeführt, so dafs die eine den S-Pol anzieht, die andere hingegen ihn abstöfst. Beide Wirkungen annuliren sich sobald $Sm = Sm'$ wird, und die magnetischen Momente der Nadeln m und m' gleich sind. Es bleibt dann noch die Wirkung der Nadel m' auf den Pol N, welche Wirkung compensirt werden kann durch einen dritten Magnet m'', welcher dem zweiten entgegengerichtet ist und für welchen $Nm'' = Nm'$.

Wir wollen uns mit drei Nadeln begnügen und annehmen, dafs dieselben beim Verrücken stets den oben angeführten Bedingungen Genüge leisten, d. h. dafs bei einer Verschiebung der Nadel m, die beiden anderen sich der Art verrücken, dafs mS stets gleich $m'S$ bleibe und ebenso $m''N = m'N$. Genügt man diesen Bedingungen, so kann man die Betrachtungen nur auf die Wirkung der Nadel m auf den Pol N beschränken und die Aufgabe wäre hiermit gelöst. Die erwähnten Bedingungen führen darauf hinaus, dafs die Bewegungen der Nadeln m und m'' stets gleich, die der Nadeln m und m' aber entgegengerichtet

seyn müssen; dabei müssen die Geschwindigkeiten der Bewegung für alle drei Magnete gleich grofs seyn.

Die durch diese Bedingungen geforderten Bewegungen können durch eine Schraube erlangt werden, welche an den zwei Enden gleiche, aber entgegengerichtete Gewinde hat.

Die Einstellung der Nadeln *m*, *m'* und *m''* wird zuerst nur annähernd gemacht und zwar so, dafs die Mitte der willkürlich gewählten Entfernung *mm'* gegenüber dem Punkte *S* zu liegen kommt, welcher, gleichfalls angenähert nach den Coulomb'schen Beobachtungen bestimmt wird. Man nimmt für's Erste die Entfernnng des Punktes *S'* vom Ende des Magnets zu 25 bis 35 Millim. an, je nach der Gröfse des Magnets und beginnt hiermit die Messung. Man bestimmt erst die Lage des Poles *N*, indem man das System von Nadeln so lange verschiebt, bis man die gröfste Wirkung zwischen *m* und *N* erreicht, alsdann bestimmt man die Lage des Poles *S*. Wenn diese letzte Bestimmung von der bei der Einstellung gemachten Annahme stark abweicht, so mufs die Bestimmung für *N* wiederholt werden, wobei aber für *S* die zuletzt gefundene Lage angenommen wird.

Nach einigen Beobachtungen auf die angegebene Weise gab ich indessen diese Methode auf, indem ich sie durch eine einfachere ersetzte.

Zweite Methode für die directe Bestimmung der Pole.

Es sey die Lage eines Poles (*S*) bekannt, der Magnet sey an diesem Pole aufgehängt und durch ein Gegengewicht *P* in horizontaler Lage äquilibrirt (Fig. 3, Taf. III). In derselben Horizontalebene bewege sich ein kleiner Magnet *ns*, die Nadel, in der Richtung *AB* parallel zu *NS*, wobei er stets senkrecht zu *AB* bleibe. Fällt der Aufhängepunkt des Magnets mit dem Pole *S* genau zusammen, so ist die Bestimmung des anderen Poles, dessen Lage wir unsymmetrisch annehmen wollen, sehr einfach. Man hat für diesen Zweck, ähnlich wie bei der ersten Methode, diejenige Lage der Nadel *ns* auf *AB* zu finden,

bei welcher ihre Wirkung auf den Magnet *NS* den Maximalwerth erreicht; alsdann ist der Kreuzungspunkt der verlängerten Nadel mit dem Hauptmagnete der gesuchte Pol. Im Allgemeinen jedoch wird der Pol *S* mit dem Aufhängepunkte *Q* nicht genau zusammenfallen, da derselbe nach den Coulomb'schen Versuchen ja nur annäherungsweise bestimmt worden; daher wird die Nadel *ns* auch auf den kurzen Hebelarm des Magnets eine gröfsere oder geringere Wirkung ausüben. Es fragt sich nun, unter welchen Bedingungen die Verschiebung der Nadel *ns* von solchen Aenderungen in der Wechselwirkung zwischen ihr und dem zu untersuchenden Magnete begleitet sey, welche ausschliefslich nur von der Wirkung der Nadel *ns* auf den Pol *N* hervorgebracht wird.

Es bezeichne:

$2L$ die Entfernung zwischen den Polen *N* und *S*,
$\pm\delta L$ „ „ „ dem Pole *S* und dem Annäherungspunkte.
D „ „ „ den Linien *NS* und *AB*,
Z „ „ „ der Nadel $s'n'$ vom Punkte ihrer stärksten Wirkung (d. h. $z = nn'$).
l die Entfernung zwischen den beiden Polen der Nadel *ns*.

Dann ist die Wirkung der Nadel *ns* auf den Pol *N*

$$k = \left(\frac{\cos n'Nn}{n'N^2} - \frac{\cos s'Ns}{s'N^2}\right)\left(2L \pm \delta L\right) = \left(\frac{D}{n'N^3} - \frac{D+l}{s'N^3}\right)\left(2L \pm \delta L\right).$$

Da aber

$$n'N^3 = (D^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} \text{ und } s'N^3 = [(D+l)^2 + z^2]^{\frac{3}{2}},$$

so wird

$$k = \left(2L \pm \delta L\right)\left(\frac{D}{(D^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{D+l}{[(D+l)^2 + (2L+z)^2]^{\frac{3}{2}}}\right).$$

Ebenso finden wir das Drehungsmoment bei der Wirkung der Nadel $n's'$ auf den Pol *S*. Nennt man dieses Moment *F*, so ist

$$F = \delta L\left(\frac{D}{[D^2 + (2L+z)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{D+l}{[(D+l)^2 + (2L+z)^2]^{\frac{3}{2}}}\right).$$

Damit bei einer Verschiebung von $n's'$ die dadurch hervorgerufene Aenderung von k stärker sey als die von F, muſs der Bedingung $\frac{dk}{dF} > 1$ genügt werden, weil alsdann die Aenderungen in der Lage des zu untersuchenden Magnets vorwiegend nur der Wirkung von ns auf N zugeschrieben werden müssen.

Nun ist aber

$$\frac{dk}{dF} = \frac{2L \pm \delta L}{\delta L} \cdot \frac{z}{2L \pm z} \cdot \frac{\frac{D+l}{[(D+l)^2+z^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{D}{(D^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}}{\frac{D+l}{[(D+l)^2+(2L+z)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{D}{[D^2+(2L+z)^2]^{\frac{3}{2}}}}$$

oder schlieſslich:

$$\frac{2L \pm \delta L}{\delta L} > \frac{2L \pm z}{z} \cdot \frac{\frac{D+l}{[(2L+z)^2+(D+l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{D}{[(2L+z)^2+D^2]^{\frac{3}{2}}}}{\frac{D+l}{[z^2+(D+l)^2)]^{\frac{3}{2}}} - \frac{D}{[z^2+D^2]^{\frac{3}{2}}}}.$$

Setzt man statt der in dem letzten Ausdrucke vorkommenden Zeichen, die aus dem Versuche gefundenen numerischen Werthe, so überzeugt man sich, ob der Bedingung genügt werde oder nicht; im letzteren Falle hat man dann die Werthe von D und l so weit abzuändern, daſs die Zahlen dem Ausdrucke genügen.

Um sich endgültig von der Richtigkeit in der Bestimmung der Lage des Poles zu überzeugen, kann man auf folgende Weise verfahren: nachdem der eine Pol z. B. N auf die angegebene Weise ermittelt worden, hängt man den Magnet um, indem man ihn am N-Pole befestigt, worauf man die Lage des S-Poles bestimmt. Alsdann hängt man den Magnet nochmals um, wiederum an den S-Pol, jedoch genauer als das erste Mal und bestimmt dann nochmals die Lage des N-Poles. Der Versuch zeigt, daſs das Resultut der zweiten Bestimmung von dem der ersten nur in den Gränzen der Beobachtungsfehler abweicht. Diese, wie auch die vorhergehende Methode, gestattet, die Lage der Pole auch dann zu bestimmen, wenn sie

nicht symmetrisch vertheilt sind, wovon man sich leicht aus dem Gange der Untersuchung überzeugt.

Bevor ich zu der Beschreibung des Apparates schreite, den ich zur Bestimmung der Pole construirt habe, will ich auf einige Fehlerquellen aufmerksam machen, welche bei der auseinandergesetzten Methode leicht eintreten können.

a) Die Nadel mufs, während sie verschoben wird, stets senkrecht stehen, sowohl zur Verschiebungsrichtung RM, als auch zur Axe des Magnets NS. Aus einer Abweichung der Nadel von der senkrechten Lage folgt ein Fehler in der Bestimmung des Poles, welcher jedoch durch zwei Beobachtungen eliminirt werden kann, bei welchem die Nadel das eine Mal rechts, das andere Mal links von dem Magnete zu liegen kommt. In der Figur 4, Taf. III bezeichnet NS den aufgehängten Magnet, PQ und RM zwei von NS gleich weit entfernte und ihr parallele Linien. ns sey die Lage der Nadel bei der ersten Beobachtung, $n's'$ bei der zweiten; ferner gehe die Linie oNo' durch den N-Pol und sey senkrecht zu den drei parallelen Linien. Der Nordpol n fällt bei der ersten Lage auf die eine, bei der zweiten auf die entgegengesetzte Seite der Linie oo'. Nimmt man an, wie es nach der Construction des Apparates gerechtfertigt ist, dafs die zwei Richtungen ns und $n's'$ einander parallel seyen, so folgt daraus, dafs wenn die erste Bestimmung des Poles einen positiven Fehler giebt, der Fehler bei der zweiten negativ seyn wird. Nach der einen Messung wird demnach die Entfernung des Poles von dem Endpunkt des Magnets $R+p$, nach der andern hingegen $R-p$. Die halbe Summe aus beiden, d. h. R ist alsdann von dem bezeichneten Fehler frei.

b) Die Nadel stehe senkrecht auf ihrer Verschiebungsrichtung RM Fig. 5, Taf. III, diese aber sey NS nicht parallel, liege jedoch mit NS in einer Ebene. Es sey n die Lage der Nadel in dem Falle, wenn ihre Ver-

längerung den Pol N betrifft; nN sey nicht senkrecht zu NS. Eine Verrückung der Nadel nach n' bewirkt einen Zuwachs, sowohl ihrer Entfernung vom Pole N, als auch des Winkels SN, welcher endlich bei der Lage n'' ein rechter wird; eine Verrückung nach n'' hingegen eine Zunahme in der Entfernung und eine Abnahme im Winkel. Ein Zuwachs des spitzen Winkels SNn vergröſsert das Moment der Wirkung beider Magnete, eine Abnahme dagegen vermindert dasselbe; ein Zuwachs der Entfernung verringert die Kraft, mit welcher die Pole auf einander wirken, eine Abnahme vergröſsert dieselbe. Daraus ist ersichtlich, daſs das Maximum der Wirkung eintritt bei einer Lage irgendwo zwischen n und n''.

Der Winkel nNn'', den wir mit α bezeichnen wollen, ist gleich der Abweichung der Richtung RM vom Parallelismus mit NS. Die Rechnung zeigt, daſs das Maximum der Wirkung für einen Punkt n' eintritt, dessen Lage auf RM dadurch bestimmt wird, daſs der Winkel $nNn' = \frac{1}{2}\alpha$ ist. Eine in diesem Punkte befindliche Nadel trifft, bei gehöriger Verlängerung, den Magnet in N' statt in N, welches der wirkliche Pol ist. Der Fehler, welcher auf diese Weise begangen wird, kann durch Rechnung gefunden werden, sobald α bekannt ist; ich habe es jedoch vorgezogen, den Winkel α aufs Aeuſserste zu vermindern durch eine sorgfältige Construction, welche ich unten beschreiben werde.

c) Die magnetische Axe sey der geometrischen nicht parallel, liege jedoch mit ihr in einer Ebene. Wenn RM genau parallel zur geometrischen Axe NS gestellt wird, so bilde die magnetische Axe $N'S'$ mit der Richtung RM Fig. 6, Taf. III einen Winkel β, dessen Einfluſs auf das Resultat der Messung schon oben erörtert ist. Um den Fehler zu eliminiren, der daraus entsteht, daſs die magnetische Axe mit der geometrischen nicht zusammenfällt, muſs man zwei Beobach-

tungen machen, zu einer von jeder Seite des Magnets, wobei jedoch beide Linien *RM* und *PQ* der geometrischen Axe *NS* parallel seyn müssen. Wenn in dem einen Falle die Entfernung des Poles von dem Ende des Magnets gleich l gefunden ist, in dem andern Falle hingegen l', so ist die wahre Entfernung $\lambda = \frac{l+l'}{2}$. Dieses Resultat folgt aus der angenähert richtigen Voraussetzung, dafs $l = \lambda + q$ und $l' = \lambda - q$ ist, wo q den Fehler bedeutet, welcher in Folge der Abweichung der magnetischen Axe von der geometrischen entsteht.

Man kann den erwähnten Fehler auch noch auf anderem Wege eliminiren, indem man nämlich den angehängten Magnet um seine geometrische Axe um 180° dreht, so dafs der obere Theil desselben nach unten zu liegen kommt und umgekehrt. Hierbei geht die magnetische Axe aus der Lage $N'S'$ Fig. 7, Taf. III in die Lage $N''S''$ über und wenn man daher zwei Beobachtungen von der Linie *RM* macht, welche der geometrischen Axe *NS* parallel ist, so giebt das arithmetische Mittel aus beiden Resultaten die wahre Lage des Pols. Bei meinen Beobachtungen habe ich indessen stets die erste Methode befolgt, weil ich fürchtete, durch Umlegung des Magnets den Aufhängeapparat zu verrücken.

d) Die magnetische Axe liege nicht in einer Ebene mit der Verschiebungsrichtung der Nadel. In diesem Fall kann aber die horizontale Projection der Axe statt der Axe selbst in Rechnung angebracht werden. Die für die horizontale Projection gefundene Lage des Pols wird sehr wenig von der wahren abweichen, da der Winkel zwischen der magnetischen Axe und der geometrischen sehr klein ist. Beträgt z. B. die Entfernung der Pole 200^{mm}, der Winkel zwischen den Axen 1°, so wird, bei der ungünstigsten Lage der magnetischen Axe, d. h. wenn sie in einer zur geome-

trischen Axe senkrechten Ebene liegt, die Lage des Poles, in der Horizontalprojection bestimmt, doch nur um $0^{mm},1$ von der wahren Lage abweichen.

Bei einem der von mir construirten Apparate war übrigens eine besondere Vorrichtung angebracht zur Untersuchung der Lage der magnetischen Axe; ich übergehe hier jedoch die Beschreibung dieser Construction.

e) Wenn die Nadel genau auf einen Pol gerichtet ist, so entspricht einer ziemlich bedeutenden Verrückung derselben eine relativ geringe Aenderung in der Wirkung der Nadel auf den Magnetpol und die Stellung, wo die Wirkung am gröfsten, kann nicht mit der gewünschten Genauigkeit bestimmt werden. Zur Beseitigung dieses Uebelstandes mache ich zwei Beobachtungen, statt einer, indem ich die Nadel abwechselnd rechts und darauf links von dem angenommenen Punkte der gröfsten Wirkung aufstelle. Im Anfange des Versuchs befinde sich die Nadel im Punkte *b* Fig. 8, Taf. III und werde nun der Lage *c* genähert, in welcher ihre Wirkung auf den *N*-Pol am gröfsten. Ohne auf diesem Punkte stehen zu bleiben, rücke ich die Nadel weiter bis zu einem gewissen Punkte *a*, wo sie den *N*-Pol mit derselben Kraft abstöfst, wie in dem Punkte *b*. Wenn *ab* gering ist in Bezug auf die Entfernung zwischen beiden Magneten, so kann man die Mitte der Linie *ab* als den Punkt annehmen, in welchem die Wirkung der Nadel am gröfsten seyn wird. Bei allen Beobachtungen habe ich die Lage des Pols auf diesem Wege bestimmt.

Die Genauigkeit meiner Methode basirt unter anderem darauf, dafs die magnetische Axe parallel ist der Verschiebungsrichtung der Nadel; daraus folgt aber, dafs die gröfste Wirkung zwischen beiden Magneten nicht durch die gröfste Abweichung des untersuchten Magnets von seiner ursprünglichen Lage bestimmt werden kann. Gesetzt der Magnet befinde

tungen machen, zu einer von jeder Seite des Magnets, wobei jedoch beide Linien *RM* und *PQ* der geometrischen Axe *NS* parallel seyn müssen. Wenn in dem einen Falle die Entfernung des Poles von dem Ende des Magnets gleich l gefunden ist, in dem andern Falle hingegen l', so ist die wahre Entfernung $\lambda = \frac{l+l'}{2}$. Dieses Resultat folgt aus der angenähert richtigen Voraussetzung, dafs $l = \lambda + q$ und $l' = \lambda - q$ ist, wo q den Fehler bedeutet, welcher in Folge der Abweichung der magnetischen Axe von der geometrischen entsteht.

Man kann den erwähnten Fehler auch noch auf anderem Wege eliminiren, indem man nämlich den angehängten Magnet um seine geometrische Axe um 180° dreht, so dafs der obere Theil desselben nach unten zu liegen kommt und umgekehrt. Hierbei geht die magnetische Axe aus der Lage *N'S'* Fig. 7, Taf. III in die Lage *N''S''* über und wenn man daher zwei Beobachtungen von der Linie *RM* macht, welche der geometrischen Axe *NS* parallel ist, so giebt das arithmetische Mittel aus beiden Resultaten die wahre Lage des Pols. Bei meinen Beobachtungen habe ich indessen stets die erste Methode befolgt, weil ich fürchtete, durch Umlegung des Magnets den Aufhängeapparat zu verrücken.

d) Die magnetische Axe liege nicht in einer Ebene mit der Verschiebungsrichtung der Nadel. In diesem Fall kann aber die horizontale Projection der Axe statt der Axe selbst in Rechnung angebracht werden. Die für die horizontale Projection gefundene Lage des Pols wird sehr wenig von der wahren abweichen, da der Winkel zwischen der magnetischen Axe und der geometrischen sehr klein ist. Beträgt z. B. die Entfernung der Pole 200^{mm}, der Winkel zwischen den Axen 1°, so wird, bei der ungünstigsten Lage der magnetischen Axe, d. h. wenn sie in einer zur geome-

trischen Axe senkrechten Ebene liegt, die Lage des Poles, in der Horizontalprojection bestimmt, doch nur um $0^{mm},1$ von der wahren Lage abweichen.

Bei einem der von mir construirten Apparate war übrigens eine besondere Vorrichtung angebracht zur Untersuchung der Lage der magnetischen Axe; ich übergehe hier jedoch die Beschreibung dieser Construction.

e) Wenn die Nadel genau auf einen Pol gerichtet ist, so entspricht einer ziemlich bedeutenden Verrückung derselben eine relativ geringe Aenderung in der Wirkung der Nadel auf den Magnetpol und die Stellung, wo die Wirkung am gröfsten, kann nicht mit der gewünschten Genauigkeit bestimmt werden. Zur Beseitigung dieses Uebelstandes mache ich zwei Beobachtungen, statt einer, indem ich die Nadel abwechselnd rechts und darauf links von dem angenommenen Punkte der gröfsten Wirkung aufstelle. Im Anfange des Versuchs befinde sich die Nadel im Punkte *b* Fig. 8, Taf. III und werde nun der Lage *c* genähert, in welcher ihre Wirkung auf den *N*-Pol am gröfsten. Ohne auf diesem Punkte stehen zu bleiben, rücke ich die Nadel weiter bis zu einem gewissen Punkte *a*, wo sie den *N*-Pol mit derselben Kraft abstöfst, wie in dem Punkte *b*. Wenn *ab* gering ist in Bezug auf die Entfernung zwischen beiden Magneten, so kann man die Mitte der Linie *ab* als den Punkt annehmen, in welchem die Wirkung der Nadel am gröfsten seyn wird. Bei allen Beobachtungen habe ich die Lage des Pols auf diesem Wege bestimmt.

Die Genauigkeit meiner Methode basirt unter anderem darauf, dafs die magnetische Axe parallel ist der Verschiebungsrichtung der Nadel; daraus folgt aber, dafs die gröfste Wirkung zwischen beiden Magneten nicht durch die gröfste Abweichung des untersuchten Magnets von seiner ursprünglichen Lage bestimmt werden kann. Gesetzt der Magnet befinde

sich schon an seinem Ort, ehe die Nadel an den ihrigen gebracht wird, so wird die magnetische Axe des ersteren in die Richtung des magnetischen Meridians fallen; sobald aber die Nadel aufgestellt wird, so weicht der erste aus seiner Lage ab und der Pol entfernt sich von der Nadel. Um den Magnet in die frühere Lage zurückzuführen, wird von der, der Nadel entgegengesetzten Seite ein neuer Magnet genähert, den wir den Compensator nennen wollen. Bei Aufstellung desselben möge die Nadel im Punkte *b* sich befunden haben. Wird nun die Nadel von ihrer Stelle gerückt, so weicht der aufgehängte Magnet wiederum aus der Richtung des Meridians ab; wenn aber die Nadel weiter verschoben wird, so wird sich eine neue Lage *a* für die Nadel finden lassen, bei welcher der Magnet wiederum in den Meridian zurückkehrt. Wenn hierbei der Compensator unverrückt geblieben, so ist die Wirkung der Nadel auf den Pol des Magnets von *a* und von *b* aus dieselbe.

Beschreibung der Apparate für die Beobachtung nach der zweiten Methode.

Die Apparate, deren ich mich für meine ersten Bestimmungen bediente, waren ziemlich unvollkommen und boten keine Mittel, um die wesentlichen Fehlerquellen zu eliminiren; einen derselben habe ich schon im Jahre 1862 beschrieben. Der von mir kürzlich construirte Apparat entspricht allen Anforderungen und besteht wesentlich aus zwei Haupttheilen, aus dem Apparat, in welchem der zu untersuchende Magnet hängt und dem eigentlichen Meſsapparat. Letzterer ist von Hrn. Brauer in Petersburg verfertigt worden. Auf der Tafel II stellen die 1., 2. und 3. Figur den Meſsapparat dar, die 4. den Bifilarapparat, in welchem der zu untersuchende Magnet aufgehängt wird. Ich will die Beschreibung mit diesem letzteren beginnen.

Ein cylinderförmiger magnetisirter Stab *NS* (Fig. 4, Taf. II) ist mit dem einen seiner Enden (in vorliegendem Falle mit dem Ende *S*) in eine kurze Messingröhre *bd* geschoben, an welcher ein Messingstab mit beweglichen Gegengewichten *e* und *f* befestigt ist. Die Messingröhre, die den Magnet trägt, ist an eine Messingplatte *F* gelöthet (Fig. 4 und Fig. 4 II, Taf. II), in deren oberem Theile sich eine kleine Rolle *B* befindet. Um diese Rolle ist ein Draht geführt, dessen Enden in die beweglichen Plättchen *ll* eingeklemmt sind, welche auf der oberen Fassung *H* der Glasröhre *OO* aufliegen (Fig. 4 I, Taf. II).

Die Drähte, welche den Magneten tragen, werden mit Hülfe der Schrauben *pp* parallel gerichtet, zum Anhängen wurden Rollen *B* von verschiedenem Durchmesser gebraucht. Das System *pUp* kann in der Fassung *H* gedreht werden und auf diese Weise der Magnet *NS* in ein beliebiges Azimuth gebracht werden. Die untere Fassung *G* der Glasröhre *OO* ist an das Messinggestell *DD* geschraubt, welches die Form des Buchstaben **Π** hat; in der Zeichnung ist dieses Gestell offen angegeben, um die Röhre *bd* sichtbar zu machen, in Wirklichkeit aber werden diese und die übrigen mittleren Theile durch Fenster beobachtet, die in den Seiten des Gestelles *D* ausgeschnitten sind. Auf das freie Ende *N* des Magnet ist ein Röhrchen mit einem Plättchen *c* aufgesetzt, auf welches einige parallele Fäden gespannt sind, die vor der Beobachtung vertical gestellt werden. Ueber dem Magnete, möglichst parallel seiner Axe, befindet sich ein feiner Silberdraht *ab*. Das Gestell *DDD* ist auf eine Platte geschraubt, die auf einer anderen Ecke drehbar aufsitzt; letztere wird von drei mit Stellschrauben versehenen Füfsen unterstützt. Aufserdem liegt auf der drehbaren Scheibe eine Messingtafel *KL*, auf welche ein in der Zeichnung fortgelassenes Glasgehäuse gestellt wird. Dasselbe besteht aus zwei Theilen, von denen einer über *ab*, der andere über *df* zu stehen kommt; ebenso werden alle offenen Theile des Gestelles *D* mit Glasscheiben zugedeckt, welche in hiezu bestimmte Fugen

geschoben werden: Auf diese Weise ist das ganze an Fäden hängende System möglichst vor Luftströmungen geschützt.

Zur Beruhigung des Magnets dient ein Aluminiumplättchen *P* (Fig. 4 II, Taf. II), welches durch den Draht *m* und die kleine Schraube *R* an das Plättchen *F* befestigt ist; unter das Gestell *EM* wird beim Beobachten ein Glas mit Oel gestellt, in welches das Plättchen *P* und ein Theil des Drahtes *m* eintaucht.

In den Fällen, wo die Länge des aufgehängten Magnets 250 Mm. überstieg, wurde ein anderes längeres Glasgehäuse benutzt, welches von unten mit einem an der Platte *K* befestigten Stücke Pappe zugedeckt wurde.

Allen Zeichnungen ist der entsprechende Maaſsstab beigefügt.

Gehen wir jetzt zur Beschreibung des Meſsapparats über, welcher in der Werkstätte des Hrn. Mechanikers Brauer ausgeführt worden. Fig. 1, Taf. II stellt eine Längsansicht dieses Apparats dar von der Seite gesehen, Fig. 3 eine Breitansicht und Fig. 2 endlich von oben, im Plan. Ein und dieselben Theile sind in allen drei Zeichnungen mit einerlei Buchstaben bezeichnet.

In dem zu beschreibenden Apparat befinden sich drei Hauptheile, und zwar: *a*) ein Mikroskop *Mm* und ein Fernrohr *OO*, um die Axe des hängenden Magnets parallel der Verschiebungsrichtung der Nadel einzustellen; *b*) ein Fernrohr *Rr* mit einem Prisma zur Beobachtung der Enden des oben beschriebenen hängenden Magnets; *c*) ein Maaſsstab mit Zubehör zur Messung der Verschiebung der Nadel.

Zum Verständniſs der Details des Apparates dienen die Figuren 1, 2 und 3 der Tafel II; die allgemeine Anordnung wird durch Fig. 9, Taf. III erläutert.

a) Als Gestell des Apparats dient der Bronzerahmen *BB'*, *BB'*, welcher mittelst drei Stellschrauben I, II und III eingestellt wird, die ihrerseits auf den Unterlagen *E*, *F* und *H* ruhen. Dem obern Rande des Rahmens ent-

lang laufen Gleitplatten, welche die Fernröhre und das Mikroskop tragen. Vor allen Dingen stellt man den Meſsapparat neben den Apparat, in welchem der zu untersuchende Magnet *NS* (Fig. 9, Taf. III) hängt, und richtet ihn so, daſs die Kante *BB'* nach Augenmaaſs parallel zu *NS* ist. Alsdann wird mit Hülfe eines Niveau die obere Kante des Rahmens horizontal gestellt. Hiebei hebt man die Stellschrauben so hoch, daſs der auf dem Magnet ausgespannte Faden mit dem Fadenkreuze des horizontalen Fernrohrs *OO* (Fig. 2, Taf. II) zusammenfällt. Hierauf schiebt man längs dem Hebel *LL'* (welcher auf der Tafel II, Fig. 3 und 4 verkürzt dargestellt ist) das verticale Mikroskop *Mm* so lange, bis es über den Draht des Magnets *NS* zu stehen kommt (Fig. 9, Taf. III). Wird nun die Gleitplatte mit dem Hebel *LL'* dem Mikroskop, dem Gegengewicht *P* und dem Fernrohr *Oo* verschoben, so bleiben bei dieser Verschiebung, falls der Draht des Magnets parallel steht zur Axe des Meſsapparats, die Fadenkreuze des Mikroskops und des Fernrohrs stets auf dem Faden des Magneten. Weicht der Draht von der horizontalen Richtung ab, so werden im Bifilarapparat (Taf. II, Fig. 4) die Gegengewichte *e*, *f* verschoben; steht er aber nicht parallel zu der Verschiebungsrichtung des Mikroskops, so verändert man die Lage des Meſsapparats auf folgende Weise: Die Stellschraube III ruht mit ihrem unteren kegelförmigen Ende in einer in der Unterlage *F* gemachten Vertiefung; der Fuſs I liegt auf der glatten Oberfläche der Unterlage *E*; der Fuſs II endlich ruht in der Rinne einer massiven Platte *X* (Fig. 3(*a*) Taf. II, die vermittelst der Schraube *F* auf der Unterlage *H* verschoben werden kann. Fig. 3*a* stellt diese massive Platte von oben dar (*X'*), von vorne (*X*) und von der Seite (*X'* neben *X*). Ist die Rinne annähernd parallel der die Füſse II und III verbindenden Linie gerichtet, so wird durch Drehung der

Schraube T der Fuſs II längs der Rinne der massiven Platte X senkrecht zu der erwähnten Verbindungslinie verschoben, der Fuſs I gleitet auf seiner Unterlage B, der Fuſs III bleibt dabei in der Vertiefung der Unterlage F. Die neue Stellung des Apparats bildet auf diese Weise nach Drehung der Schraube T einen gewissen Winkel mit der früheren Stellung; daher kann man die Axe des Apparats der Axe des Magnets parallel richten.

b) In der Fig. 9, Taf. III ist die allgemeine Disposition der Apparate dargestellt worden. Das Fernrohr R, an welches ein Hebel mit dem Prisma R befestigt ist, dient zur Beobachtung der Enden des Magnets NS und bleibt während ihrer Beobachtungsreihe unverändert. Oben ist gezeigt worden, daſs zur Bestimmung des Punktes der gröſsten Wirkung zwei Beobachtungen von gleicher Wirkung gemacht werden müssen, so daſs bei der zweiten Beobachtung der Magnet in die Lage der ersten zurückkommen muſs. Das Fernrohr R hat nun den Zweck, zu ermitteln, ob dieser Bedingung genügt sey. Im Brennpunkt desselben befindet sich zu diesem Zwecke ein Fadenkreuz und auf dem Ende des Magnets, wie bei Beschreibung des Bifilarapparats erwähnt worden, ein Plättchen mit darübergespannten Fäden. Die Details der Einrichtung dieses Fernrohrs mit allem Zubehör sind auf der Fig. 3, Taf. II dargestellt. Auf das Rohr Rr ist ein Ring mit einem Hebel ll' gesetzt, der in Fig. 2 und 3, Taf. II verkürzt dargestellt; an dem Hebel kann ein rechtwinkliges Prisma K verschoben werden, welches dem Ende des hängenden Magnets gegenübergestellt wird. Zur Seite des Oculars wird auf das Fernrohr der gebrochene Hebel zZz gesetzt (Fig. 1, Taf. II) mit den Gegengewichten Q und R, welche excentrisch durchbohrt sind. Diese Construction wurde gewählt, um bei Verschiebung der Gewichte Q auf der Axe Z den Druck des ganzen Systems versetzen zu können,

entsprechend der Lage des Prismas *K*. Das Fernrohr *Rr* wird übrigens in seinem Zapfen vermittelst der von oben aufgeschraubten Plättchen gehalten (Fig. 2 und 3, Taf. II).

c) Die Theilung ist auf Silberstreifen aufgetragen, welche in die schräg abgeschnittenen Seitenkanten des Rahmens *BB'*, *BB'* eingelassen sind; eine dieser Theilungen ist in der Fig. 1, Taf. II sichtbar. Der Nonius zu dieser Theilung ist an die Gleitplatte geschraubt, auf welcher das Mikroskop *Mm* und das Rohr *OO* sitzen. Auf eben dieser Gleitplatte ist noch Raum gelassen für den kleinen Magnet *ns*, welchen wir, zum Unterschiede vom hängenden, dessen Pole untersucht werden sollen, die Nadel genannt haben. Die Gleitplatte, mit der auf ihr liegenden Nadel wird durch die Schraube *DAA'* verschoben, welche in einer Mutter geht, die in einem Ansatz der Gleitplatte eingeschnitten ist. Der Gang der Schraube beträgt ungefähr 5 Mm. und ist auf ihr ein dreifaches Gewinde geschnitten. Trotz der Gröfse dieses Ganges läfst sich doch eine Verschiebung der Gleitplatte bis auf 0,01 Mm. ausführen. Der Maafsstab ist in halbe Millimeter getheilt, der Nonius theilt weitere 50 Theile, so dafs 0,01 Mm. abgelesen werden können. An der zweiten Gleitplatte, auf welcher das Fernrohr *Rr* und das Prisma aufsitzen, ist eine durchschnittene Schraubenmutter befestigt, welche durch einen kleinen Hebel *y* geöffnet und geschlossen wird, wodurch eine Einstellung auf einen beliebigen Punkt des Maafsstabes ermöglicht ist. Wenn der Punkt der gröfsten Wirkung bestimmt ist, so mufs noch der Abstand desselben vom Ende des Magnets gemessen werden; zu diesem Zweck dient das Mikroskop *Mm*, mit Hülfe dessen man durch einen im oberen Theile der Einfassung *e* (Fig. 4, Taf. II) gemachten Aufschnitt hindurch das Ende des hängenden Magnets sehen kann.

Die Fernrohre können in ihren Lagern umgelegt werden, das Mikroskop aber mit dem Hebel läfst sich auf der Säule *G* um 180° drehen, so dafs der Mefsapparat zu Messungen auf beiden Seiten des Bifilarapparates dient, wie dies zur Elimination der Fehler erforderlich ist.

Die Nadel *ns* kann von dem Magnete um die ganze Länge des Hebels entfernt werden, die 350 Mm. beträgt. Diese Entfernung ist vollkommen hinreichend zur Bestimmung des Pols, sogar bei Untersuchung mit sehr langen Magneten: sollte sich die Entfernung jedoch unzulänglich erweisen, so kann man die Nadel *ns* in einen langen Messingcylinder bringen, der in die Zapfen der Nadel gelegt ist. Auf diese Weise bildet sich die Möglichkeit, die Nadel aufserhalb des Apparats zu bringen und sie vom hängenden Magnete zu entfernen. Der Versuch zeigt übrigens, dafs zur Bestimmung der Stelle des absoluten Pols eines 250 Mm. langen Magnets die Entfernung zwischen der Nadel und dem hängenden Magnete 180 bis 200 Mm. nicht übersteigt. Nimmt man mit Coulomb an, dafs die Vertheilung des Magnetismus und die Stelle des Pols von der Länge des Magnets unabhängig seyen, wenn diese letztere eine gewisse Gröfse übersteigt, so ist eine Entfernung der Nadel von 200 Mm. hinreichend zur Bestimmung der Pole beliebig langer Magnete. Sollte es dennoch erforderlich seyn, die Nadel vom Magnete auch auf 500 Mm. zu entfernen, so kann der hier beschriebene Mefsapparat, ohne etwas von seinen Vorzügen einzubüfsen, dazu benutzt werden.

Die Bestimmung der Pole an Elektromagneten.

Die Bestimmung der Pole gerader Elektromagnete bietet gröfsere Schwierigkeiten dar, als die constanter Magnete, obgleich die hier beschriebenen Apparate und Methoden auch für diesen Fall sich brauchbar erweisen. Der in den Bifilarapparat gebrachte Elektromagnet mufs auf

die in Fig. 10, Taf. III gezeigte Art construirt seyn. Die magnetisirende Spirale und der in sie gelegte eiserne Stab sind mit den Buchstaben *NS* bezeichnet, die untere Spirale *ns* ohne Eisenkern, welche eben so viele aber entgegengerichtete Windungen enthält, wie die obere, dient zur Compensation der Wirkung der oberen Spirale auf die Nadel. Zu diesem Zwecke muſs der Meſsapparat auf solcher Höhe eingestellt werden, daſs die, durch die Axe der Nadel geführte Horizontalebene zwischen den beiden Spiralen in gleichem Abstand von jeder derselben hindurchgeht. Nachdem auf diese Weise die Wirkungen der Spiralen compensirt sind, bleibt nur die Wirkung zwischen der Nadel und dem Elektromagnete. Wenn sich hierbei der Stab auch höher befindet als die Nadel, so hat dieser Umstand ja keinen Einfluſs auf die Bestimmung der Pole.

Der Strom kann in die Spiralen entweder durch die Drähte des Bifilarapparats geleitet werden, oder auch von unten durch besondere Quecksilber-Näpfchen und durch die Drähte *a* und *k*.

Die Bestimmung der Pole an Elektromagneten läſst sich wesentlich vereinfachen, wenn man die in diesem Falle symmetrische Lage der Pole berücksichtigt. Pouillet hat zwei Methoden zur Bestimmung symmetrisch gelegener Pole beschrieben; die zweite dieser Methoden verdient entschieden den Vorzug vor der ersten; doch auch sie ist sehr complicirt. Ich schlage hier eine neue Methode zur Bestimmung der Pole an geraden Elektromagneten vor und eine zweite sehr einfache für Hufeisenmagnete.

Im Centro eines getheilten Kreises *ABC* (Fig. 11, Taf. III) hängt an einem Coconfaden ein kleiner Magnetspiegel *ns*, dessen Axe mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt. Es sey $2L$ die zu bestimmende Entfernung der beiden Pole des Elektromagnets *PG*, der in genügender Entfernung von dem Magnetspiegel und senkrecht auf den magnetischen Meridian gestellt ist, so daſs die Theile *PO* und *OG* einander gleich sind. Sobald durch die Spirale ein Strom hindurchgeleitet wird, lenken diese und der Elek-

tromagnet aus der Ebene des magnetischen Meridians ab. Um die ablenkende Wirkung der Spirale zu compensiren, wird auf der entgegengesetzten Seite eine ähnliche Spirale in solcher Weise angebracht, dafs beim Durchleiten eines Stromes durch beide Spiralen der Magnetspiegel seine Lage nicht verändert. Es wirkt jetzt nur noch der Elektromagnet *PG*.

Die Entfernung der beiden Pole sey $2L$; bei der in der Figur angegebenen Lage wird das Nordende des Spiegels nach Osten abgelenkt. Mittelst eines oder zweier compensirenden Magnete wird der Magnetspiegel wieder in die Lage des Meridians zurückgeführt. Zu diesem Zwecke ist an der Alhidade des Kreises ein Lineal *TH* befestigt, an dessen Enden zwei Magnete $n's'$ und $n''s''$ in radialer Richtung aufliegen. Die Zurückführung in den Meridian sey vollständig bei einem Azimuth des Lineals von γ. Beide Magnete üben die gröfste Wirkung aus, wenn sie unter einem rechten Winkel zur magnetischen Axe des Spiegels gestellt und zu gleicher Zeit auf den Mittelpunkt des getheilten Kreises gerichtet sind; sollte selbst bei einer solchen Lage der Magnete der Spiegel nicht in den Meridian zurückgeführt werden können, so mufs die Wirkung des Elektromagnets durch weitere Entfernung desselben von dem Spiegel geschwächt werden. Die Stromstärke mufs während der ganzen Dauer der Beobachtung unverändert bleiben; um dieses erreichen zu können, wurden in die Kette ein Galvanometer und ein Rheostat eingeschaltet, mittelst dessen der Widerstand der Kette, folglich auch die Stromstärke, verändert werden kann. Die Lage der Pole ergiebt sich aus folgender Betrachtung. Es bedeuten N und S die beiden Pole; die Entfernung $NO = OS$, sey L; den Abstand Oo vom Mittelpunkt des Kreises bis zur Mitte des Magnets bezeichnen wir mit D, die halbe Entfernung der Pole des Magnetspiegels sey l. Wir ziehen die Linien Nn und Sn; es sey dann der Winkel NnO gleich α. Da die gegenseitige Wirkung der Pole N und n im umgekehrten Verhältnisse der

Quadrate der gegenseitigen Entfernungen steht, so ist die Wirkung des Magnets NS auf den Pol n gleich

$$\frac{2\sin\alpha}{Nn^2}.$$

Da aber

$$\sin\alpha = \frac{L}{Nn},\quad Nn = \left[L^2 + (D-l)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

folglich:

$$\frac{2\sin\alpha}{Nn^2} = \frac{2L}{Nn^3} = \frac{2L}{[L^2 + (D-l)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad . \quad . \quad . \quad (A).$$

In ähnlicher Weise läfst sich die Wirkung des Elektromagnetes auf den Pol s des Spiegels ns durch den Ausdruck

$$\frac{2L}{[l^2 + (D+l)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

bestimmen.

Um die gegenseitige Wirkung des compensirenden Magnets $n's'$ und des Magnetspiegels zu finden, müssen wir das Azimuth γ des Lineals TH kennen. Sey ferner die Entfernung der beiden Pole des Magnets $n's' = 2l'$, so wird die Wirkung des Poles n' auf den Spiegel mit genügender Schärfe durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$\sin\gamma\left(\frac{1}{n'n^2} + \frac{1}{n's^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

In beiden Fällen ist statt der Winkel Onn' und Osn der Winkel γ genommen, dessen Gröfse das Mittel aus beiden Winkeln ist: um eine entsprechende Gröfse ist das erste Glied der Formel (2) vergröfsert und das zweite verkleinert. Ist $2l$ sehr klein im Vergleich zur Entfernung des Magnetspiegels von dem compensirenden Magnete, so unterscheidet sich die Formel (2) nur wenig von der wirklichen Gröfse. Nennen wir d die Entfernung cT und ziehen mcr senkrecht auf cT, so ist die Linie

$$n'n = n'r - nr \text{ oder sehr nahe } = n'r - l\cos\gamma$$
$$n's = n'm + ms \quad „ \quad „ \quad „ \quad = n'r + l\cos\gamma.$$

Ist aber l sehr klein im Verhältnifs zu d, so kann angenommen werden, dafs $mn' = rn' = d - l$; folglich wird

$nn' = d - l' - l\cos\gamma$ und $n's = d - l' + l\cos\gamma$. Dann ist die Gröfse der Wirkung des Pols n' auf den Spiegel ns:

$$\sin\gamma\left[\frac{1}{(d-l'-l\cos\gamma)^2}+\frac{1}{(d-l'+l\cos\gamma)^2}\right] \quad . \quad (3).$$

Ebenso erhalten wir für die Wirkung des Pols s' auf den Spiegel

$$\sin\gamma\left[\frac{1}{(d+l'-l\cos\gamma)^2}+\frac{1}{(d+l'+l\cos\gamma)^2}\right] \quad . \quad . \quad (4).$$

Von den zwei in der Klammer stehenden Gröfsen ist $l\cos\gamma$ in der ersten positiv (+), in der zweiten negativ (—), so dafs diese sehr geringen Gröfsen in den Formeln (3) und (4) vernachlässigt werden können; da die ganze gegenseitige Wirkung des Magnetspiegels und des compensirenden Magnets in den magnetischen Meridian zurückgeführt worden ist, so ist der Gleichgewichtszustand annähernd durch folgende Gleichung ausgedrückt (wobei $+l$ und $-l$, immer als sehr kleine Gröfsen, in der Summe der Formeln A und (1) vernachlässigt worden sind)

$$\frac{4L}{(L^2+D^2)^{\frac{3}{2}}} = \sin\gamma\left[\frac{2}{(d-l')^2}-\frac{2}{(d+l')^2}\right]$$

$$\frac{2L}{(L^2+D^2)^{\frac{3}{2}}} = p\sin\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Obgleich sich L aus dieser Gleichung bestimmen läfst, so ist es doch vorzuziehen, es aus einer zweiten Beobachtung abzuleiten, wobei der Elektromagnet in einer Entfernung R aufgestellt wird, welche bedeutend gröfser oder kleiner ist als D; dann erhalten wir

$$\frac{2L}{(L^2+R^2)^{\frac{3}{2}}} = p\sin\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Nach Division der Gleichung (5) durch (6) ergiebt sich

$$\left(\frac{L^2+R^2}{L^2+D^2}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} \quad \text{und} \quad \frac{L^2+R^2}{L^2+D^2} = \left(\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Ich bemerke hier, dafs die eliminirte Gröfse p nicht nur als angenähert, sondern als streng richtig angesehen werden kann.

Setzen wir $\frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = q$, so erhalten wir nach Auflösung der Gleichung

$$L = \left[\frac{D^2 q^{\frac{2}{3}} - R^2}{1 - q^{\frac{2}{3}}}\right]^{\frac{1}{2}}$$

Auf diese Weise kann die Entfernung der Pole von der Mitte des Magnets gefunden werden, wenn die Pole symmetrisch liegen.

Die Pole hufeisenförmiger Elektromagnete lassen sich sehr einfach bestimmen. Es sey sn (Fig. 12, Taf. III) eine empfindliche, im magnetischen Meridian hängende Nadel: SN ein Draht, der in der Richtung der Nadel im magnetischen Meridian ausgespannt ist. Der zu untersuchende Elektromagnet $S'PN'$ wird horizontal in der Ebene der Nadel gelegt, so daſs seine beiden Schenkel rechtwinklig zum magnetischen Meridian gerichtet sind; dann wird er so lange in der Richtung beispielsweise von Ost nach Westen, verrückt, bis die aus dem magnetischen Meridian abgelenkte Nadel, unter Einwirkung des Elektromagnets, wieder in ihre anfängliche Lage zurücktritt. Dieses findet nur dann statt, wenn die Linie $N'S'$, die die beiden Pole verbindet, sich unmittelbar unter dem Drahte NS befindet, wodurch ein einfaches Mittel zur Bestimmung der Pole in hufeisenförmigen Elektromagneten gegeben ist.

Einige Resultate aus den Bestimmungen der Pole.

Zum Schluſs dieser ersten Abhandluug will ich einige Bestimmungen der Pole an Stahlmagneten anführen. Diese Bestimmungen sind nach meiner zweiten Methode gemacht.

1. Ein Cylinder aus weichem Stahl von 254 Mm. Länge, 5,1 Mm. Dicke war nach der Methode des Doppelstrichs magnetisirt worden. Der N-Pol stand auf 30,6 Mm. von seinem Ende ab; der S-Pol auf 27,9 Mm. von dem seinigen.

2. Derselbe Cylinder wurde wiederum nach der Methode des Doppelstrichs magnetisirt, doch wurde der Strich nicht genau von der Mitte aus geführt. Der N-Pol stand

auf 20 Mm. von seinem Ende ab; der *S*-Pol auf 27,9 Mm. von dem seinigen.

3. Ein Cylinder von 250 Mm. Länge und 8 Mm. Dicke wurde durch den Doppelstrich [1]) magnetisirt mit aller möglichen Sorgfalt, wie es ohne Gebrauch besonderer Hülfsapparate erzielt werden konnte. Die Entfernung des *N*-Pols erwies sich 24,9 Mm. Die des *S*-Pols 21,1 Mm.

4. Ein Cylinder von 254 Mm. Länge und 8,9 Mm. Dicke werde durch einen einfachen Strich mittelst Hufeisenmagnet auf folgende Weise magnetisirt: Der eine Pol des Hufeisens wurde von der Mitte des zu magnetisirenden Stabes bis zu dessen einem Ende 20 Mal geführt und darauf der andere Pol desselben Hufeisens wiederum von der Mitte des zu streichenden Stabes bis zu dessen anderem Ende auch 20 Mal. Der *N*-Pol wurde in einem Abstande von 23,6 Mm., der *S*-Pol in 22,5 Mm. gefunden.

Ohne in eine Vergleichung der verschiedenen Magnetisirungsmethoden einzugehen, bemerke ich nur, daſs dieselben wenig Vertrauen einflöſsen, weder in Bezug auf eine symmetrische Lage der Pole, noch auf die Gröſse der interpolaren Entfernung. Man muſs vielmehr auf Grund sowohl dieser, als auch anderer, schon früher bekannter Versuche, zugeben, daſs in einem gegebenen Stahlstabe der Magnetismus sehr verschiedenartig vertheilt seyn kann. In speciellen Fällen, von denen ich in einer späteren Abhandlung zu sprechen haben werde, untersuchte ich die Lage der Pole des remanenten Magnetismus in eisernen Stäben, in welchen der Magnetismus durch eine elektromagnetische Spirale erzeugt worden. Obgleich der remanente Magnetismus nur schwach war, so bewährte sich doch auch hier meine zweite Beobachtungsmethode. Ich führe hier nur zwei Fälle solcher Bestimmungen an.

5. Die erste Messung wurde an einem Stabe von 250 Mm. Länge, 7,9 Mm. Dicke gemacht, die Lage des *N*-Pols fand sich 27,5 Mm.; die des *S*-Pols 27,8 Mm.

1) Der Doppelstrich bestand im Auseinanderführen zweier Magnete von der Mitte des zu streichenden Magnets aus nach beiden Enden.

6. Beim zweiten Versuch diente ein Stab von 200 Mm. Länge, 7,9 Mm. Dicke. Die Entfernung des *N*-Pols betrug 23,0 Mm., die des *S*-Pols 22,2 Mm.

Die nach oben beschriebener Methode ausgeführten Messungen an Hufeisenmagneten führten zu einigen positiven Resultaten; hierbei wurden die Einflüsse beider Spiralen durch eine dritte compensirt. Eine Verschiebung der Spiralen auf dem Elektromagnet in der Richtung von den Enden zur Mitte, also zum gebogenen Theile, war stets begleitet von einer Verrückung der Pole in demselben Sinne. So wurde an einem Exemplare eines solchen Magnets eine Verrückung des Poles von 22 bis 49 Mm. beobachtet, wobei die Entfernungen des Poles stets von der Endfläche des Magnets gezählt sind. Die geringste Entfernung der Pole von den Endflächen des Magnets wurde beobachtet, wenn die Spiralen zum Theile schon über den Kern hinausragten. In einigen Fällen gelang es den Pol der Endfläche bis auf 1 Mm. zu nähern; doch war dann die Intensität des Magnetismus am Pole schwächer, als in dem Falle, wenn die Spirale den Kern nicht überragte. Die gröfste Entfernung des Pols von der Endfläche betrug 48 Mm., wobei die Spirale ganz zur Mitte des Hufeisens gezogen war.

Die Lage des Poles hängt nicht von der Intensität des magnetisirenden Stromes ab, sondern einzig von der Stellung der Spiralen.

Besonderen Werth hat die Bestimmung der Pole eines Hufeisenmagnetes dann, wenn derselbe auf einen Anker oder einen Magnet wirkt, welcher in solcher Entfernung vom Hufeisen sich befindet, dafs die Vertheilung des Magnetismus im Hufeisen von ihm nicht beeinflufst wird. Alsdann ist bei gleicher Entwickelung des Magnetismus, die Anziehung des Hufeisens um so stärker, je näher die Pole zur Endfläche liegen.

Von dem gröfsten Nutzen ist in einem Elektromagneten eine möglichste Annäherung der Pole an die Enden in dem Falle, wenn derselbe auf einen diamagnetischen

oder schwach paramagnetischen Körper wirken soll, die ja beide keine Aenderung in der Vertheilung des Magnetismus im Eisenkern hervorrufen können. Aus diesem Grunde ist die Construction, wie Ruhmkorff sie seinem Elektromagnete giebt, wobei die Spirale an das äufserste Ende des Kerns verlegt wird, durchaus zu billigen.

III. *Ein einfaches Gesetz für die Entwickelung und die Gruppirung der Krystallzonen; von Dr. Gustav Junghann in Perleberg.*

Die folgende Mittheilung lehnt sich an die von Herrn G. vom Rath in diesen Annalen Bd. 147, S. 22 ff. veröffentlichte Abhandlung über den Anorthit und setzt die Vergleichung der dort auf Tafel II gegebenen Abbildungen Fig. 1 bis 8 und besonders der Fig. 23, welche alle an den vesuvischen Krystallen beobachteten Flächen in einer schematischen Projection darstellt, voraus. Das hier mitzutheilende auf mathematischem Wege *a priori* gefundene Gesetz fand an diesen bildlichen Darstellungen des an Flächen und Zonen reichen Krystalles eine treffliche Gelegenheit zur empirischen Prüfung und soll daher hier mit steter Beziehung auf jene Figuren dargestellt werden. Demgemäfs schliefsen wir uns auch der Wahl des dort zu Grunde gelegten Axensystemes an, wonach wir die — bei horizontal liegender Papierfläche — gegen den Beschauer gerichtete Axe als die positive erste, die nach rechts gerichtete als die positive zweite, die nach oben gerichtete als die positive dritte Axe nehmen. Dagegen weichen wir in der Bezeichnung der Lage der Flächen von der dort gewählten Weifs'schen und Naumann'schen ab und wählen aus leicht erkennbarem Grunde die Miller'schen „Symbole" ($\mu\nu\varrho$), worin μ, ν, ϱ *Divisoren* der

Grundparameter bedeuten und die der positiven entgegengesetzte Lage eines Flächenparameters durch ein dem betreffenden Index übergesetztes Minuszeichen, z. B. $(\bar{\mu}\nu\varrho)$ bezeichnet wird.

(Siehe „Lehrbuch der Krystallographie von Professor W. H. Miller, übersetzt und erweitert von Dr. J. Grailich. Wien 1856, §. 4.“ — Auf dies Buch wird im Folgenden mehrfach Bezug genommen werden.)

Wenn wir im tesseralen Systeme der Zone zweier Hexaëderflächen

$$100 \quad 010 \quad \bar{1}00 \quad 0\bar{1}0$$

die Flächen einreihen, durch welche die Kanten der Zone gerade abgestumpft werden, also die in der Zone liegenden Dodekaëderflächen, so erhalten wir die Zone

$$100 \quad 110 \quad 010 \quad \bar{1}10 \quad \bar{1}00 \quad \bar{1}10 \quad 010,$$

an welcher bemerkenswerth ist, ***dafs das Symbol jedes Gliedes durch Addition der gleichstelligen Indexe der beiden benachbarten Symbole erhalten wird.***

Die *geraden* Abstumpfungen der Kanten dieser vervollständigten Zone sind krystallonomisch nicht möglich, denn die gerade Abstumpfung von 100, 110 würde das Symbol $(\sqrt{2}+1, 1, 0)$, die gerade Abstumpfung von 110, 010 das Symbol $(1, \sqrt{2}+1, 0)$ usw. haben, was dem krystallographischen Grundgesetze widerspricht, dafs die Parameter jeder Fläche zu den Grundparametern des Krystalles in rationellen Verhältnissen stehen, die Indexe der Symbole also immer ganze Zahlen seyn müssen.

Die den geraden Abstumpfungen nächsten krystallonomisch möglichen Abstumpfungen (wir wollen sie als die ***krystallonomischen Abstumpfungen*** bezeichnen) sind die Tetrakishexaëder-Flächen 210, 120, $\bar{1}20$, usw., durch deren Einschaltung in die obige Zone sich die folgende ergiebt:

I	III	II	III	I	III	II	III	I	
100	210	110	120	010	$\bar{1}20$	$\bar{1}10$	$\bar{2}10$	$\bar{1}00$	usw.

worin wir wieder bemerken, dafs die Symbole der neu eingeschalteten (mit III überschriebenen) Flächen sich durch Addition der gleichstelligen Indexe der beiden benachbarten Flächen I und II ergeben.

Diese Zonenentwickelung durch fortgesetzte Addition der gleichstelligen Indexe zweier Flächensymbole ist, wie hier gezeigt werden soll, auf alle Zonen aller trimetrischen Krystallsysteme anwendbar.

Sind $(\mu\nu\varrho)$, $(\mu'\nu'\varrho')$ die Symbole zweier Flächen A, B, so bildet die Fläche $(\mu+\mu',\ \nu+\nu',\ \varrho+\varrho')=C$ die erste *krystallonomische Abstumpfung ihrer Kante* und die Zone ACB ist die *erste* aus der Zone AB *abgeleitete* Zone. Die krystallonomischen Abstumpfungen der Zone ACB, nämlich die Flächen $2\mu+\mu'$, $(2\nu+\nu',\ 2\varrho+\varrho')=D$ und $(\mu+2\mu',\ \nu+2\nu',\ \varrho+2\varrho')=E$ bilden die *zweiten* Abstumpfungen der Zone AB, durch welche diese in der Folge $ADCEB$ vervollständigt wird. Die in gleicher Weise zu bestimmenden ersten Abstumpfungen der Kanten AD, DC, CE, EB sind die *dritten* Abstumpfungen von AB usw.

Die Thatsache, dafs die Kante zweier Flächen $(\mu\nu\varrho)$, $(\mu'\nu'\varrho')$ durch die Fläche $(\mu+\mu_{,},\ \nu+\nu',\ \varrho+\varrho')$ krystallonomisch abgestumpft wird, ist auf dem mathematischen Wege gefunden worden, der am Schlufs dieses Aufsatzes nachgewiesen wird. Zunächst aber wollen wir jetzt am Anorthit empirisch untersuchen, ob auch *alle* Flächen der an ihm beobachteten Zonen nach dieser Formel gefunden werden.

Die von Hrn. G. vom Rath am Anorthit beobachteten Flächen sind — nach der Bezeichnung durch Miller'sche Symbole:

$P=0\,0\,1$	$n=0\,\bar{2}\,1$	$z=\bar{1}\,3\,0$	$\nu=\bar{2}\,\bar{4}\,1$
$h=1\,0\,0$	$r=0\,6\,1$	$m=1\,1\,1$	$\mu=\bar{4}\,2\,1$
$M=0\,1\,0$	$c=0\,\bar{6}\,1$	$a=1\,\bar{1}\,1$	$\alpha=\bar{4}\,\bar{2}\,1$
$t=2\,0\,1$	$\gamma=0\,1\,3$	$p=1\,\bar{1}\,1$	$s=\bar{4}\,2\,3$
$x=\bar{1}\,0\,1$	$k=0\,1\,3$ [1])	$o=\bar{1}\,\bar{1}\,1$	$i=\bar{4}\,\bar{2}\,3$ [2])

1) Die im Verzeichnifs des Hrn. G. vom Rath stehende Bezeichnung $\frac{2}{3}{}'\breve{P}_{,}\infty$ ist offenbar ein Druckfehler statt $\frac{1}{3}{}'\breve{P}_{,}\infty$, welche letztere so-

$y = \bar{2}01$	$l = 110$	$q = \bar{2}21$	$\pi = \bar{1}\bar{3}1$
$q = \bar{2}03$	$T = 1\bar{1}0$	$u = \bar{2}21$	$\beta = 241$
$e = 021$	$f = 130$	$w = \bar{2}41$	$b = 2\bar{4}1$

wozu noch die Fläche $a = \bar{1}\bar{1}2$ kommt, die nach S. 24 Hr. von Kokscharow an finnischen Krystallen beobachtet hat, während sie an vesuvischen sich nicht vorfindet.

Entwickeln wir nun nach der angegebenen Methode z. B. die Zone *MflhTzM'* aus den Flächen *Mh*, so ergiebt sich

I $010 = M$	I $010 = M$	I $010 = M$	I $010 = M$
I $100 = h$	II $110 = l$	III 120	IV $130 = f$
I $0\bar{1}0 = M'$	I $100 = h$	II $110 = l$	III 120
	II $1\bar{1}0 = T$	III 210	IV 230
	I $0\bar{1}0 = M'$	I $100 = h$	II $110 = l$
		III $2\bar{1}0$	IV 320
		II $1\bar{1}0 = T$	III 210
		III $1\bar{2}0$	IV 310
		I $0\bar{1}0 = M'$	I $100 = h$
			IV $3\bar{1}0$
			III $2\bar{1}0$
			IV $3\bar{2}0$
			II $1\bar{1}0 = T$
			IV $2\bar{3}0$
			III $1\bar{2}0$
			IV $1\bar{3}0 = z$
			I $0\bar{1}0 = M'$

In dieser Tabelle enthält die erste Columne die beiden Flächen, aus denen die Zone abgeleitet ist und die wir die

wohl der daneben stehenden $(\infty a : b : \frac{1}{3} c)$ als auch der aus dem Folgenden sich ergebenden $0\,\bar{1}\,3$ entspricht.

2) Statt $(a : 2b' : \frac{4}{3} c)$ ist zu lesen $(a' : 2b' : \frac{4}{3} c)$, wie schon die Anschauung aus Fig. 23 oder Fig. 7 ergiebt.

Kernflächen der Zone nennen oder mit I bezeichnen wollen. Die zweite Columne enthält dieselben Flächen I mit den eingeschalteten ersten krystallonomischen Abstumpfungen II; in der dritten Columne sind der vorigen die zweiten Abstumpfungen (Flächen III) eingeschaltet (deren keine am Krystall vorkommt); die vierte Columne endlich läſst die beiden noch fehlenden Flächen *f*, *z* als dritte Abstumpfungen (Flächen IV) erkennen.

Die Zonen des Anorthites gehen im Allgemeinen nicht über die zweiten Abstumpfungen (III) der Kernflächen hinaus. Dritte, vierte ... Abstumpfungen (IV, V ...) kommen nur vereinzelt oder paarweis da vor, wo die Zonen von anderen Zonen geschnitten werden, in denen dieselben Flächen dann Abstumpfungen geringerer Ordnung sind. So ist z. B. die Zone *pqanzw'p'* mit den III-Flächen erschöpft:

I $\bar{1}\,1\,1 = p$	I $\bar{1}\,1\,1 = p$	I $\bar{1}\,1\,1 = p$
I $\bar{0}\,2\,1 = n$	II $\bar{1}\,\bar{1}\,3 = \alpha$	III $\bar{2}\,0\,3 = q$
I $1\,\bar{1}\,\bar{1} = p'$	I $0\,\bar{2}\,1 = n$	II $\bar{1}\,\bar{1}\,2 = \alpha$
	II $1\,\bar{3}\,0 = z$	III $\bar{1}\,\bar{3}\,3$
	I $\bar{1}\,\bar{1}\,1 = p'$	I $0\,\bar{2}\,1 = n$
		III $1\,\bar{5}\,1$
		II $1\,\bar{2}\,0 = z$
		III $\bar{2}\,\bar{4}\,1 = w'$
		I $\bar{1}\,\bar{1}\,1 = p'$

Dagegen enthalten die Zonen ***hn***, ***he***, je eine, die Zonen ***My***, ***Mt*** je ein Paar vierte Abstumpfungen (V-Flächen); die Zone ***MreγkncM'*** sogar zwei sechste Abstumpfungen (VII-Flächen), *r* und *c*, wie diese Entwickelung zeigt:

I $0\,1\,0 = M$	I $0\,1\,0 = M$	I $0\,1\,0 = M$	I $0\,1\,0 = M$
I $0\,0\,1 = P$	II $0\,1\,1$	III $0\,0\,1 = e$	IV $0\,3\,1$
I $0\,\bar{1}\,0 = M'$	I $0\,0\,1 = P$	II $0\,1\,1$	III $0\,2\,1 = e$
	II $0\,\bar{1}\,1$	III $0\,1\,2$	IV $0\,3\,2$
	I $0\,\bar{1}\,0 = M$	I $0\,0\,1 = P$	II $0\,1\,1$

III $0\,\bar{1}\,2$	IV $0\,2\,3$
II $0\,1\,\bar{1}$	III $0\,1\,2$
III $0\,\bar{2}\,1 = n$	IV $0\,1\,3 = \gamma$
I $0\,\bar{1}\,1 = M$	I $0\,0\,1 = P$
	IV $0\,\bar{1}\,3 = k$
	III $0\,\bar{1}\,2$
	IV $0\,\bar{2}\,3$
	II $0\,\bar{1}\,1$
	IV $0\,\bar{3}\,2$
	III $0\,\bar{2}\,1 = n$
	IV $0\,\bar{3}\,1$
	I $0\,\bar{1}\,0 = M'$.

In dieser Zone (worin ungewöhnlicher Weise die II-Flächen nicht auftreten) vermissen wir auch in der vierten (bis zu den dritten Abstumpfungen vervollständigten) Columne noch immer die beiden Flächen $0\,6\,1 = r$ und $0\,\bar{6}\,1 = c$ und finden sie erst als sechste Abstumpfungen (VII), indem wir die Symbole von M und M' zu den nächst stehenden noch dreimal addiren: $3(0\,1\,0) + 0\,3\,1 = 0\,6\,1 = r$ $3(0\,\bar{1}\,0) + 0\,\bar{3}\,1 = 0\,\bar{6}\,1 = c$.

An den drei Zonen, die hier nach dem Gesetze der krystallonomischen Abstumpfung entwickelt sind, (sowie an allen anderen) fällt nun noch eine bemerkenswerthe Erscheinung in die Augen. Wir finden nämlich unter den vorhandenen Flächen jeder Zone immer ein Paar, die *Kernflächen* (I), gewöhnlich aber zwei Paar (I und II) (die dann für die Entwickelung der Zone auch mit einander vertauscht werden können), deren Symbole die Summen je zweier in der vervollständigten Zone von ihnen gleichweit abstehender Symbole sind, so dafs die Kante je zweier solcher Flächen durch die Kernfläche krystallonomisch abgestumpft wird. Verstehen wir unter dem Ausdruck $A = B + C$ die Worte: die Fläche A ist die krystallono-

mische Abstumpfung der Kante der Flächen B und C, so sehen wir in der

Zone Mh: $h = l + T = f + z$, $M = f + z' = l + T'$
Zone pn: $n = a + z = q + w'$, $p = q' + w = a + z'$
Zone MP: $P = \gamma + k = e + n = r + c$,
$M = r + c' = e + n' = \gamma + k'$.

Wir wollen hinfort zwei Flächen, deren Kante von einer dritten krystallonomisch abgestumpft wird, als *congugirte Flächen* in Bezug auf die abstumpfende bezeichnen.

Hr. G. vom Rath hat unter den 33 Flächen des *Anorthits* dreizehn Zonen von je fünf bis acht Flächen aufgefunden. Diese, sowie auch die übrigen vier- und dreiflächigen Zonen lassen sich in Gruppen ordnen, je nach den Flächen, in welchen sich mehrere derselben schneiden. Solche Durchschnittsflächen von *Zonengruppen* sind

1. Die drei Hexaïdflächen $100 = h$, $010 = M$, $001 = P$,
2. die beiden Dodekaïdfläche $110 = l$ und $1\bar{1}0 = T$,
3. die vier Oktaïdflächen $\bar{1}\bar{1}1 = o$, $\bar{1}11 = p$, $1\bar{1}1 = a$, $111 = n$.

Die Fläche, welche allen Zonen einer Gruppe gemeinsam ist, möge die *Polfläche der Zonengruppe* heifsen und nach ihr möge auch die Gruppe benannt werden, so dafs z. B. alle die Zonen, welche sich in der Hexaïdfläche $100 = h$ schneiden, die *Gruppe h* bilden.

Betrachten wir nun zunächst die drei Gruppen h, M, P, so finden wir, dafs die Polfläche in jeder der einzelnen Zonen eine der Kernflächen ist. Die zweiten Kernflächen der Zonen einer Gruppe bilden zusammen wieder eine Zone und zwar bilden die zweiten Kernflächen der Gruppe h die Zone MP, die der Gruppe M die Zone Ph und die der Gruppe P die Zone hM. Die von den zweiten Kernflächen einer Gruppe gebildete Zone möge der *Gürtel* der Gruppe heifsen. In diesem *Gürtel* unterscheiden sich nun wieder Kernflächen, erste, zweite ... krystallonomische Abstumpfungen (Flächen I, II, III ...) und je nach dem Range dieser Flächen können wir auch den durch sie hin-

durchgehenden Zonen der Gruppe ihren Rang *A*, *B*, *C*... anweisen. Die folgende Tabelle stellt in dieser Weise die vervollständigte *h*-Gruppe des Anorthites dar.

Tabelle I.

	A	*C*	*B*	*C*	*A*	*C*	*B*	*C*	*A*
I	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$ $\bar{4}\bar{2}1\,d$	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$ $\bar{4}21\,\mu$	$\bar{1}00\,h'$
III	$\bar{2}\bar{1}0$	$\bar{2}\bar{2}1\,u$	$\bar{2}\bar{1}1$	$\bar{2}\bar{1}2$	$\bar{2}01\,y$	$\bar{2}12$	$\bar{2}11$	$\bar{2}21\,g$	$\bar{2}10$
II	$\bar{1}\bar{1}0\,l'$	$\bar{1}\bar{2}1$	$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}2\,\alpha$	$\bar{1}01\,x$ $\bar{2}03\,q$	$\bar{1}12$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}21$	$\bar{1}10\,T'$
III	$\bar{1}\bar{2}0$ $\bar{1}\bar{3}0\,f'$	$\bar{1}\bar{4}2$	$\bar{1}\bar{2}2$	$\bar{1}\bar{2}4$	$\bar{1}02$	$\bar{1}24$	$\bar{1}22$	$\bar{1}42$	$\bar{1}20$ $\bar{1}30\,z'$
I	$0\bar{1}0\,M'$ $1\bar{3}0\,z$	$0\bar{2}1\,n$	$0\bar{1}1$	$0\bar{1}2$	$001\,P$	012	011	$021\,e$	$010\,M$ $130\,f$
III	$1\bar{2}0$	$1\bar{4}2$	$1\bar{2}2$	$1\bar{2}4$	102	124	122	142	120
II	$1\bar{1}0\,T$	$1\bar{2}1$	$1\bar{1}1\,a$	$1\bar{1}2$	101	112	$111\,m$	121	$110\,l$
III	$2\bar{1}0$	$2\bar{2}1$	$2\bar{1}1$	$2\bar{1}2$	$201\,t$	212	211	221	210
I	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$

Diese Tafel enthält in ihren vertikalen Columnen die Symbole der vervollständigten Zonen der Gruppe *h*. Die oberste und unterste wagerechte Zeile enthalten das Symbol der gemeinsamen Kernfläche *h'*, *h*, die mittelste mit I bezeichnete Zeile aber der Reihe nach die zweiten, in den einzelnen Zonen zu *h* gehörigen Kernflächen. Um die Tabelle zu construiren, füllt man zuerst diese mittelste Zeile

aus, indem man in der Mitte zwischen die Kernflächen *M'*, *P*, *M* die ersten Abstumpfungen, dann zwischen diese und die Kernflächen die zweiten Abstumpfungen setzt. In derselben Weise werden dann die Zonen von oben und unten vervollständigt: Die II-Flächen finden sich durch Addition der darüber und darunter stehenden Symbole der I-Flächen und die III-Flächen ebenso aus den darüber und darunter stehenden Symbolen der I- und II-Flächen. Die am Anorthit in dieser Gruppe vorkommenden IV-Flächen *f*, *z*, *q*, sind auf die Linien gesetzt, welche die Fächer der I-, II-, III-Flächen trennen, und die beiden V-Flächen *d*, *μ* in die Fächer der ihnen zunächst liegenden Flächen mit hineingesetzt.

Die beiden folgenden Tabellen stellen in derselben Weise die Gruppen *M* und *P* mit den Gürtelzonen *Ph* und *hM* dar. Doch sind der besseren Uebersicht wegen die Symbole der am Anorthit nicht vorkommenden Flächen weggelassen.

Tabelle II.

	A	*C*	*B*		*A*		*B*	*C*	*A*
I	010 *M'* $\bar{1}30$ *z'*	010 *M* $\bar{2}41$ *w*	010 *M* $\bar{1}31$ (*π*)		010 *M* 061 *r*		010 *M*	010 *M* 241 *β*	010 *M* 130 *f*
III		$\bar{2}21$ *g*			021 *e*				
II	$\bar{1}10$ *T'*		$\bar{1}11$ *p*				111 *m*		110 *l*
I	$\bar{1}00$ *k'*	$\bar{2}01$ *y*	$\bar{1}01$ *x*		013 *γ* 001 *P* $0\bar{1}3$ *k*			201 *t*	100 *h*
II	$\bar{1}\bar{1}0$ *l'*		$\bar{1}\bar{1}1$ *o*				$1\bar{1}1$ *a*		$1\bar{1}0$ *T*
III		$\bar{2}\bar{2}1$ *u*			$0\bar{2}1$ *n*				
I	$\bar{1}\bar{3}0$ *f'* $0\bar{1}0$ *M*	$\bar{2}\bar{4}1$ *v* $0\bar{1}0$ *M'*	$\bar{1}\bar{3}1$ *π* $0\bar{1}0$ *M'*		$0\bar{6}1$ *c* $0\bar{1}0$ *M'*		$0\bar{1}0$ *M'*	$2\bar{4}1$ *b* $0\bar{1}0$ *M'*	$1\bar{3}0$ *z* $0\bar{1}0$ *M'*

Tabelle III.

	A	*C*	*B*	*C*	*A*	*C*	*B*	*C*	*A*
I	001 *P* $0\bar{1}3$ *k*	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001 *P* 013 *γ*
II			$1\bar{1}1$ *a*				111 *m*		
III	$0\bar{2}1$ *n*	$2\bar{4}1$ *b*			201 *t*			241 *β*	021 *e*
I	$0\bar{6}1$ *c* $0\bar{1}0$ *M'* $0\bar{6}\bar{1}$ *r'*		$1\bar{1}0$ *T*		100 *h*		110 *l*		061 *r* 010 *M* $06\bar{1}$ *c'*
III	$0\bar{2}\bar{1}$ *e'*	$2\bar{4}\bar{1}$ *w'*	$2\bar{2}\bar{1}$ *g'*	$4\bar{2}\bar{1}$ *μ'*	$20\bar{1}$ *y'*	$42\bar{1}$ *d'*	$22\bar{1}$ *u'*	$24\bar{1}$ *v'*	$02\bar{1}$ *n'*
II			$1\bar{1}\bar{1}$ *p'*	$4\bar{2}\bar{3}$ *s'*	$10\bar{1}$ *x'* $20\bar{3}$ *q'*	$42\bar{3}$ *i'*	$11\bar{1}$ *o'*		
III	 $0\bar{1}\bar{3}$ *γ'*		$1\bar{1}\bar{2}$(*α'*)				$11\bar{2}$ *α'*		 $01\bar{3}$ *k'*
I	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*

In diesen beiden Tabellen deuten die doppelten Striche, welche die Fächer für *M* von den nächsten oberen und unteren trennen, an, daſs $0\,6\,1 = r$ und $0\,\bar{6}\,1 = c$ sechste Abstumpfungen (VII-Flächen) sind. Ueber die Symbole $\bar{1}\,3\,1 = (\pi)$ und $1\,\bar{1}\,\bar{2} = (\alpha')$ wird weiter unten Auskunft gegeben werden.

Es wird sich nun zeigen, daſs die drei bis zu den zweiten Abstumpfungen vervollständigten Zonengruppen der drei Hexaïdflächen *in ihrer Vereinipung* ein Netz bilden, welches als das allgemeine Schema für alle trimetrischen Krystalle angesehen werden kann und welches alle übrigen Zonen als secundäre in sich schlieſst.

Dies erkennen wir durch eine Construction auf einer *Kugelfläche.*

Da nämlich die Zonen nach der dargestellten Methode sich aus den Miller'schen *Symbolen* allein entwickeln lassen, und diese von den Verhältnissen und den Winkeln der Axen unabhängig sind, so müssen die Zonen, die an irgend einem Krystalle eines klinoëdrischen Systems vorkommen, sich mit denselben Symbolen auch im Tesseralsysteme verfolgen lassen. Denken wir uns einen Krystall, an dem sämmtliche Flächen der bis zu den zweiten Abstumpfungen vervollständigten Zonengruppen der Hexaïdflächen gleichmäſsig ausgebildet wären, so würden dieselben im triklinen Systeme als Facetten auf der Oberfläche eines Ellipsoides mit schiefwinkligen ungleichen Axen erscheinen. Im Tesseralsysteme aber würden die mit denselben Symbolen bezeichneten Flächen in derselben Folge der Zonen und Zonengruppen auf der Oberfläche einer Kugel erscheinen und die vom Centrum auf die Flächen gefällten Lothe deren Mittelpunkte treffen. Was also aus den Symbolen allein hergeleitet werden kann, läſst sich vom tesseralen System auf jedes klinoëdrische übertragen und umgekehrt und man kann daher die Zonen und Zonengruppen aller trimetrischen Krystalle an Constructionen auf der Kugelfläche studiren. Wir wollen die Verzeichnung der Zonen irgend eines klinoëdrischen Krystalles auf

der Kugelfläche seine *Reduction auf das Tesseralsystem* nennen.

Man verzeichne auf einer Kugelfläche (s. Fig. 1, Taf. IV) drei gröfste Kreise, die sich unter rechten Winkeln schneiden, und bezeichne ihre Durchschnittspunkte mit den Symbolen der Hexaëderflächen: $1\,0\,0$, $0\,1\,0$, $0\,0\,1$, $\bar{1}\,0\,0$, $0\,\bar{1}\,0$ $0\,0\,\bar{1}$; man halbire deren rechte Winkel durch sechs andere gröfste Kreise. Die Durchschnittspunkte derselben mit den drei ersten bekommen die (durch Addiren der gleichstelligen Indexe der je zwei benachbarten jener ersten sechs Symbole zu findenden) Symbole der bezüglichen Dodekaëderflächen: 110, 011, $\bar{1}01$ usw. Die Durchschnittspunkte je dreier dieser letzteren sechs Kreise werden mit den Symbolen der Oktaëderflächen $1\,1\,1$ $\bar{1}\,1\,1$ $1\,\bar{1}\,1$ usw. signirt. Dann nehme man mit jedem Quadranten der drei ersten Kreise die folgende Construction vor.

Man verbinde jeden der beiden Halbirungspunkte *D*, *E* (Fig. 2, Taf. IV) der beiden Radien mit dem Endpunkte *B*, *A* des je anderen Radius und ziehe die beiden auf dieser Verbindungslinie senkrechten Radien. Die Endpunkte dieser Radien signire man mit den Symbolen der Tetrakis-Hexaëder, welche sich aus der Summirung der je zwei benachbarten Symbole (Hexaëder- und Dodekaëderflächen) ergeben. Legt man nun durch diese Punkte und die Durchschnittspunkte der ersten drei Kreise wieder gröfste Kreise, so überzieht man die Kugelfläche mit einem Netze, dessen Knotenpunkte die Stellen angeben, wo die Flächen eines Idealkrystalles, dessen Hexaëdergruppen bis zu den zweiten Abstumpfungen gleichmäfsig ausgebildet wären, die Kugel berühren würden.

Fig. 1, Taf. IV ist die Projection eines solchen Halbkugelnetzes auf die Ebene eines der drei ersten Kreise, speciell auf den Zonenkreis der Hexaïdflächen $1\,0\,0$, 010, Die Signirung der Knotenpunkte durch die bezüglichen Symbole geschieht nach demselben mechanischen Verfahren, welches soeben für die drei Tabellen beschrieben ist,

indem für die Gruppe jeder Hexaëderfläche die Zone der beiden anderen der Gürtel ist. Die in Fig. 1, Taf. IV den Symbolen beigesetzten Buchstaben geben die krystallographische Bedeutung der bezüglichen Flächen an:

h	bedeutet:	Hexaëder,
d	„	Dodekaëder,
o	„	Oktaëder,
t	„	Tetrakishexaëder,
i	„	Ikositetraëder,
tr	„	Triakisoktaëder,
ho	„	Hexakisoktaëder.

Für die Fälle, in denen dieser Mechanismus in Zweifel läſst (z. B. für die Durchschnittspunkte nur *zweier* Zonen des Netzes), kann man folgende drei Regeln benutzen:

1. Wenn zwei Flächen $(\mu\nu\varrho)$, $(\mu'\nu'\varrho')$ (im tesseralen System) senkrecht aufeinander stehen, ihre Pole auf der Kugelfläche also um 90° von einander entfernt sind, so ist $\mu\mu' + \nu\nu' + \varrho\varrho' = 0$. Dies ergiebt sich aus der unten wiedergegebenen Formel (20) für den Winkel zweier Flächen, wenn man darin $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 0$, $\cos(e'e'') = 0$ setzt.

2. Um das Symbol $(\mu_1\nu_1\varrho_1)$ des Poles der Zone zu finden, welche durch die beiden Flächen $(\mu\nu\varrho)$, $(\mu'\nu'\varrho')$ bestimmt ist, hat man nach 1):

$$\mu\mu_1 + \nu\nu_1 + \varrho\varrho_1 = 0 \text{ und } \mu'\mu_1 + \nu'\nu_1 + \varrho'\varrho_1 = 0,$$

woraus folgt:

$$\mu_1 : \nu_1 : \varrho_1 = \nu\varrho' - \nu'\varrho : \varrho\mu' - \varrho'\mu : \mu\nu' - \mu'\nu.$$

3. Um das Symbol (mnr) der Fläche zu finden, in welcher die beiden Zonen sich schneiden, deren eine durch die Flächen $(\mu\nu\varrho)$, $(\mu'\nu'\varrho')$, die andere durch die Flächen $(\mu''\nu''\varrho'')$, $(\mu'''\nu'''\varrho''')$ bestimmt ist, suche man zunächst die Symbole $(\mu_1\nu_1\varrho_1)$ und $(\mu_2\nu_2\varrho_2)$ der Pole dieser Zonen. Es ist nach 2):

$$\mu_1 : \nu_1 : \varrho_1 = \nu\varrho' - \nu'\varrho : \varrho\mu' - \varrho'\mu : \mu\nu' - \mu'\nu$$
$$\mu_2 : \nu_2 : \varrho_2 = \nu''\varrho''' - \nu'''\varrho'' : \varrho''\mu''' - \varrho'''\mu'' : \mu''\nu''' - \mu'''\nu''.$$

Dann suche man wieder den Pol der Zone $(\mu_1 \nu_1 \varrho_1)$, $(\mu_2 \nu_2 \varrho_2)$ nämlich:

$$m : n : r = \nu_1 \varrho_2 - \nu_2 \varrho_1 : \varrho_1 \mu_2 - \varrho_2 \mu_1 : \eta_1 \nu_2 - \mu_2 \nu_1.$$

Das Symbol des Durchschnittes der beiden Zonen ist dann (mnr).

Das in der beschriebenen Weise construirte Kugelnetz scheint nun ein allgemeines Schema für alle Krystalle der trimetrischen Systeme zu seyn, in welchem man jeder Fläche jedes (resp. reducirten) Krystalles ihre relative Stelle entweder in den Knotenpunkten oder auf den dieselben verbindenden Bogen mit Leichtigkeit bestimmen und die dadurch sich bildenden Zonen und Zonengruppen übersehen kann.

Fig. 3, Taf. IV stellt die Vertheilung der Flächen des Anorthites dar, wobei der Krystall in derselben Lage gedacht ist, wie in der schematischen Fig. 23, in der Abhandlung des Hrn. G. vom Rath.

Da die Projection einer Kugelfläche auf einen ihrer gröfsten Kreise es mit sich bringt, dafs die gegen die Peripherie hin gelegenen Punkte sich in einer die Uebersicht störenden Weise zusammendrängen, so kann man sich leicht in dasselbe Schema die Flächenstellen so einzeichnen, wie sie bei einer anderen Lage des Krystalles erscheinen. Fig. 4, Taf. IV stellt sie in der relativen Lage dar, wie sie erscheinen, wenn der Krystall aus der vorigen Lage um die Axe hh' so gedreht wird, dafs M 0 1 0 oben, und P 0 0 1 links liegt; Fig. 5, Taf. IV, wenn der Krystall aus der ursprünglichen Lage um die Axe MM' so gedreht wird, dafs h 1 0 0 oben, P und P' nach hinten und vorn liegen.

Die Figg. 3 und 5 Taf. IV lassen eine auffallende Symmetrie in der Lagerung der Flächen in Beziehung auf die Zone hPh' erkennen. Sie würde vollständig seyn, wenn noch zwei Flächen vorhanden wären, nämlich $\bar{1}\,1\,2$ zwischen P und p als symmetrische Gegenfläche von $\bar{1}\,\bar{1}\,2 = \alpha$ und $\bar{1}\,3\,1$ zwischen M und p als Gegenfläche von $\bar{1}\,\bar{3}\,1 = \pi$.

Hr. G. vom Rath berichtet in seiner Abhandlung S. 24, dafs auch die Fläche $\beta = 2\,4\,1$ von Hrn. von Kokscharow an finnischen Krystallen entdeckt worden ist, als sie an vesuvischen noch nicht beobachtet war. Wenn sie noch heute fehlte, so würde sie als symmetrische Gegenfläche von $b = 2\,\bar{4}\,1$ eben so vermifst werden, wie jene beiden $\bar{1}\,1\,2$ und $\bar{1}\,3\,1$. Es ist daher nicht ganz unwahrscheinlich, dafs auch diese einmal an noch aufzufindenden Krystallen sich vorfinden werden. Ohne der Eventualität dieser Beobachtungen durch Speculation vorgreifen zu wollen, werden wir im Folgenden (der bequemeren Darstellung wegen) diese beiden problematischen Flächen oder vielmehr ihre Stellen, mit den eingeklammerten Buchstaben $(\alpha) = \bar{1}\,1\,2$ und $(\pi) = \bar{1}\,3\,1$ bezeichnen.

Bei aufmerksamer Betrachtung des Schemas Fig. 1 der drei Zonengruppen, deren Polflächen die Hexaïdflächen sind, finden wir nun darin noch andere Zonen und Zonengruppen, die am Anorthit und anderen Krystallen zum Theil entwickelt sind, zum Theil nicht. Wir wollen diese als *secundäre* Zonen und Zonengruppen bezeichnen.

So fallen am Anorthit zunächst die beiden stark entwickelten Gruppen der beiden Dodekaïdflächen $1\,1\,0 = l$ mit dem Gürtel PT und $1\,\bar{1}\,0 = T$ mit dem Gürtel lP ins Auge, deren Darstellung wir in den beiden Tabellen IV und V folgen lassen:

Tabelle IV.

	A		*B*		*A*		*B*	*C*	*A*
I	$\bar{1}\bar{1}0\,l'$		$\bar{1}\bar{1}0\,l$		$\bar{1}\bar{1}0\,l'$		$\bar{1}\bar{1}0\,l$	$\bar{1}\bar{1}0\,l'$	$\bar{1}\bar{1}0\,l'$
			$\bar{2}\bar{4}1\,v$				$\bar{4}\bar{2}1\,d$		
III			$\bar{1}\bar{3}1\,\pi$		$\bar{2}\bar{2}1\,u$				
	$\bar{1}\bar{3}0\,f'$								
II	$0\bar{1}0\,M'$		$0\bar{2}1\,n$		$\bar{1}\bar{1}1\,o$		$\bar{2}01\,y$		$\bar{1}00\,h'$
	$1\bar{3}0\,z'$								
					$\bar{1}\bar{1}2\,\alpha$				
							$\bar{4}23\,s$		
I	$1\bar{1}0\,T$		$1\bar{1}1\,a$		$001\,P$	$1\bar{1}2(\alpha)$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{2}21\,g$	$\bar{1}10\,T'$
									$\bar{1}30\,z$
II	$100\,h$		$201\,t$		$111\,m$		$021\,e$	$\bar{1}31(\eta)$	$010\,M$
									$130\,f$
							$241\,\beta$		
I	$110\,l$		$110\,l$		$110\,l$		$110\,l$	$110\,l$	$110\,l$

Tabelle V.

	A	C	B		A		B		A
I	$\bar{1}10\,T'$	$\bar{1}10\,T'$	$\bar{1}10\,T'$		$\bar{1}10\,T'$		$\bar{1}10\,T'$		$\bar{1}10\,T'$
			$\bar{4}21\,\mu$				$\bar{2}41\,w$		
III					$\bar{2}21\,g$		$\bar{1}31(\pi)$		
									$\bar{1}30\,z'$
II	$\bar{1}00\,h'$		$\bar{2}01\,y$		$\bar{1}11\,p$		$021\,e$		$010\,M$
									$130\,f$
					$\bar{1}12(\alpha)$				
			$\bar{4}\bar{2}3\,i$						
I	$\bar{1}\bar{1}0\,t'$	$\bar{2}\bar{2}1\,u$	$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}2\,\alpha$	$001\,P$		$111\,m$		$110\,l$
	$\bar{1}\bar{3}0\,f'$								
II	$0\bar{1}0\,M'$	$\bar{1}\bar{3}1\,\pi$	$0\bar{2}1\,n$		$1\bar{1}1\,a$		$201\,t$		$100\,h$
	$1\bar{3}0\,z$								
			$\bar{2}\bar{4}1\,b$						
I	$1\bar{1}0\,T$	$1\bar{1}0\,T$	$1\bar{1}0\,T$		$1\bar{1}0\,T$		$1\bar{1}0\,T$		$1\bar{1}0\,T$

Diesen beiden Zonengruppen, deren Polflächen Dodekaïdflächen sind, würden nun noch zwei Paare von Gruppen entsprechen, nämlich

1. Die Gruppe x mit dem Gürtel $1\,0\,1 - M$
2. die Gruppe $1\,0\,1$ mit dem Gürtel $x - M$
3. die Gruppe $\bar{0}\,1\,1$ mit dem Gürtel $0\,1\,1 - h$
4. die Gruppe $0\,1\,1$ mit dem Gürtel $0\,\bar{1}\,1 - h$

Diese vier Gruppen sind aber am Anorthit nicht entwickelt. Die wenigen ihnen angehörigen Zonen sind schon in den anderen Gruppen enthalten.

Aufser diesen beiden Gruppen treten als secundäre die Grüppen der vier Oktaïdflächen *o*, *p*, *a*, *m* hervor.

Betrachten wir zunächst *eine* von diesen, z. B. die Gruppe $p = \bar{1}\,1\,1$. Sie umfafst die Zonen

$$psydl'\beta'e'p', \quad pivr'p', \quad px o\pi M'p', \quad pq\alpha nzwp',$$
$$p(\alpha)PaTg'p', \quad pmhp'.$$

Ihr Gürtel (d. h. die Zone der im reducirten Krystall gegen *p* senkrecht stehenden Flächen) würde nach Analogie der vorigen Gruppen seyn die Zone:

I	III	II	III	I	III	II	III	I
l'	$\bar{1}\,\bar{2}\,1$	$0\,\bar{1}\,1$	$1\,\bar{2}\,3$	$1\,\bar{1}\,2$	$2\,\bar{1}\,3$	$1\,0\,1$	$2\,1\,1$	l.

Von dieser Zone ist aber aufser *l* keine Fläche am Anorthit vorhanden und aufserdem steht dieselbe in keiner Weise mit der *p*-Gruppe in der Beziehung, welche bei den bisher betrachteten fünf Gruppen augenscheinlich zwischen den Einzelzonen und dem Gürtel besteht, dafs nämlich *beide sich gegenseitig bedingen.* In dieser Beziehung stehen vielmehr die Zonen der *p*-Gruppe mit der Zone *l'vπnatl*, welche, obgleich ihre Flächen auch vom reducirten Krystalle nicht zu der Fläche *p* senkrecht stehen, den Gürtel der Zone *p* bildet. Demnach wäre die Gruppe *p* so darzustellen, wie die folgende Tabelle zeigt:

	A	D	C	B	A	B	C	A
I	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$
	$\bar{4}23\,s$							
		$\bar{4}23\,i$	$\bar{1}01\,x$	$\bar{2}03\,q$	$\bar{1}12(\alpha)$			
II	$\bar{2}01\,y$		$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}2\,\alpha$	$001\,P$		$111\,m$	$021\,e$
	$\bar{4}\bar{2}1\,d$							$241\,\beta$
I	$\bar{1}\bar{1}0\,l'$	$\bar{2}\bar{4}1\,v$	$\bar{1}\bar{3}1\,\pi$	$0\bar{2}1\,n$	$1\bar{1}1\,a$	$201\,t$	311	$110\,l$
	$\bar{2}\bar{4}\bar{1}\,\beta$							$42\bar{1}\,d'$
II	$0\bar{2}\bar{1}\,e'$		$0\bar{1}0\,M'$	$1\bar{3}0\,z$	$1\bar{1}0\,T$		$100\,h$	$20\bar{1}\,y'$
		$0\bar{6}\bar{1}\,r'$		$2\bar{4}\bar{1}\,w'$	$2\bar{2}\bar{1}\,g'$			
								$4\bar{2}\bar{3}\,s'$
I	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$

In dieser Tabelle bemerken wir aber, dafs die beiden *C*-Zonen nicht hinein gehören, da die an Stelle der Kernflächen stehenden Flächen nicht die Kanten der je zwei von ihnen gleich weit abstehenden Flächen krystallonomisch abstumpfen. In der That haben wir auch schon oben erkannt, dafs für die Zone $p\pi$ nicht die Flächen p und π, sondern M und x und für die Zone p, 3 1 1 nicht p und 3 1 1, sondern h und 0 1 1 die Kernflächen sind,

dafs also diese beiden Zonen, obgleich sie durch p hindurchgehen, nicht der Gruppe p, sondern resp. den Gruppen M und h angehören.

Dasselbe findet auch in den Gruppen der drei anderen Oktaïdflächen statt: Es sind auszuschliefsen

Tabelle VI.

	A	*B*	*A*	*B*	*D*	*A*
I	$\bar{1}\bar{1}1$ *o*	$\bar{1}\bar{1}1$ *o*	$\bar{1}\bar{1}1$ *o*	$\bar{1}\bar{1}1$ *o*	$\bar{1}\bar{1}1$ *o*	$\bar{1}\bar{1}1$ *o*
						$\bar{4}\bar{2}3$ *i*
III			$\bar{1}\bar{1}2$ *a*	$\bar{2}03$ *q*	$\bar{4}23$ *s*	
II	$0\bar{2}1$ *n*		001 *P*	$\bar{1}12(\alpha)$		$\bar{2}01$ *y*
	$\bar{2}41$ *b*					$\bar{4}21$ *μ*
I	$1\bar{1}0$ *T*	201 *t*	111 *m*	021 *e*	$\bar{2}41$ *w*	$\bar{1}10$ *T'*
	$4\bar{2}\bar{1}$ *μ'*					$\bar{2}4\bar{1}$ *b*
II	$20\bar{1}$ *y'*		110 *l*	130 *f*		$02\bar{1}$ *n'*
III			$22\bar{1}$ *u'*	$24\bar{1}$ *v'*	$06\bar{1}$ *c'*	
	$42\bar{3}$ *i'*					
I	$11\bar{1}$ *o'*	$11\bar{1}$ *o'*	$11\bar{1}$ *o'*	$11\bar{1}$ *o'*	$11\bar{1}$ *o'*	$11\bar{1}$ *o'*

von der Gruppe *o* die Zonen ***oh*** und ***oM***.
von der Gruppe *a* die Zonen ***ah*** und ***aM***.
von der Gruppe *m* die Zonen ***mM*** und ***mh***.

Die folgenden Tabellen VI — IX stellen die Gruppen der Oktaïdflächen dar.

Tabelle VII.

	A	D	B	A	B	A
I	$\bar{1}11\ p$	$\bar{1}11\ p$	$\bar{1}11\ p$	$\bar{1}11\ p$	$\bar{1}11\ p$	$\bar{1}11\ p$
	$\bar{4}23\ s$					
III		$\bar{4}\bar{2}3\ i$	$\bar{2}03\ q$	$\bar{1}12(a)$		
II	$\bar{2}01\ y$		$\bar{1}\bar{1}2\ a$	$001\ P$		$021\ e$
	$\bar{4}\bar{2}1\ d$					$241\ \beta$
I	$\bar{1}\bar{1}0\ l$	$\bar{2}\bar{4}1\ v$	$0\bar{2}1\ n$	$1\bar{1}1\ a$	$201\ t$	$110\ l$
	$\bar{2}\bar{4}\bar{1}\ \beta'$					$42\bar{1}\ d$
II	$0\bar{2}\bar{1}\ e'$		$1\bar{3}0\ z$	$1\bar{1}0\ T$		$20\bar{1}\ y'$
III		$0\bar{6}\bar{1}\ r'$	$2\bar{4}\bar{1}\ w'$	$2\bar{2}\bar{1}\ g'$		
						$4\bar{2}\bar{3}\ s'$
I	$1\bar{1}\bar{1}\ p'$	$1\bar{1}\bar{1}\ p'$	$1\bar{1}\bar{1}\ p'$	$1\bar{1}\bar{1}\ p'$	$1\bar{1}\bar{1}\ p'$	$1\bar{1}\bar{1}\ p'$

Tabelle VIII.

	A	*D*	*B*	*C*	*D*	*A*	*B*	*D*	*A*
I	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$
III								$06\bar{1}\ c'$	
II	$\bar{2}0\bar{1}\ t'$			$\bar{4}21\ \mu$		$\bar{1}10\ T'$	$\bar{1}30\ z'$		$02\bar{1}\ n'$
III						$\bar{2}21\ g$			$13\bar{1}\ \pi'$ $24\bar{1}\ v'$
I	$\bar{1}\bar{1}0\ l'$	$\bar{4}21\ d$	$\bar{2}01\ y$	$\bar{3}12$	$\bar{4}23\ s$	$\bar{1}11\ p$	$021\ e$	$241\ \beta$	$110\ l$
III	$\bar{2}\bar{4}1\ v$ $\bar{1}\bar{3}1\ \pi$								
II	$0\bar{2}1\ n$		$\bar{1}12\ \alpha$	$\bar{2}03\ q$		$001\ P$			$201\ t$
I	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$111\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$

Bei dem Ueberblick über die neun am Anorthit ausgebildeten Zonengruppen bestätigt sich die schon oben ausgesprochene Bemerkung, daſs die Zonenentwickelung durch krystallonomische Abstumpfungen nicht über die *zweiten* Abstumpfungen (III-Flächen) der Kanten der Kern-

Tabelle IX.

	A	D	B	A	D	C	B	D	A
I	$\bar1\bar1\bar1$ *m'*	$\bar1\bar1\bar1$ *m'*	$\bar1\bar1\bar1$ *m'*	$\bar1\bar1\bar1$ *m'*	$\bar1\bar1\bar1$ *m'*	$\bar1\bar1\bar1$ *m'*	$\bar1\bar1\bar1$ *m'*	$\bar1\bar1\bar1$ *m'*	$\bar1\bar1\bar1$ *m'*
III		$0\bar6\bar1$ *r'*							
II	$0\bar2\bar1$ *e'*		$\bar1\bar30$ *f'*	$\bar1\bar10$ *l'*		$\bar4\bar21$ *d*			$\bar20\bar1$ *t'*
III	$\bar1\bar3\bar1$ (*π'*) $2\bar4\bar1$ *w'*			$\bar2\bar21$ *u*					
I	$1\bar10$ *T*	$2\bar41$ *b*	$02\bar1$ *n*	$\bar1\bar11$ *o*	$\bar4\bar23$ *i*	$\bar3\bar12$	$\bar201$ *y*	$\bar421$ *μ*	$\bar110$ *T'*
III									$\bar241$ *w'* $\bar131$ (*π*)
II	201 *t*			001 *P*		$\bar203$ *q*	$\bar112$ (*a*)		021 *e*
I	111 *m*	111 *m*	111 *m*	111 *m*	111 *m*	111 *m*	111 *m*	111 *m*	111 *m*

flächen hinausgeht. Es findet sich nämlich keine höhere Abstumpfung (IV — VII-Fläche) in einer Zone, die nicht in irgend einer andern entwickelten Zone als zweite, erste Abstumpfung oder Kernfläche aufträte und dadurch gewissermaſsen motivirt erschiene. Um dies nachzuweisen,

wollen wir uns der folgenden Abkürzung in der Schreibweise bedienen: Der Ausdruck „*d* ist *hCV*" bedeute: Die Fläche *d* ist in der Zonengruppe *h* in einer *C*-Zone eine vierte Abstumpfung usw.

$\bar{4}\bar{2}1$ *d* ist *hC* V, *lB* IV, *pA* IV und zugleich *PC* III, *mC* II
$\bar{4}21$ *μ* ist *hC* V, *TB* IV, *oA* IV und zugleich *PC* III, *aC* II
$\bar{4}\bar{2}3$ *i* ist *PC* IV, *oA* IV, und zugleich *pD* III, *mD* I
$\bar{4}23$ *s* ist *PC* IV, *pA* IV und zugleich *oD* III, *aD* I
$\bar{2}03$ *q* ist *hA* IV, *PA* IV und zugleich *oB* III, *pB* III, *aC* II, *mC* II
$\bar{2}\bar{4}1$ *v* ist *MC* V, *aA* IV und zugleich *PC* III, *oB* III, *pD* I
$\bar{2}41$ *w* ist *MC* V, *mA* IV und zugleich *PC* III, *pB* III, *oD* I
130 *f* ist *hA* IV (*MA* IV) und zugleich *oB* II, *mB* II
$1\bar{3}0$ *z* ist *hA* IV (*MA* IV) und zugleich *pB* II, *aB* II
$\bar{1}31$ *π* ist *MB* IV und zugleich *lB* III, *TC* II, *aA* III, *PD* III
$\bar{1}31$ (*π*) ist *MB* IV und zugleich *TB* III, *lC* II, *mA* III, *PD* III
$2\bar{4}1$ *b* ist *MC* V, *TB* IV, *oA* IV und zugleich *PC* III, *mD* I
241 *β* ist *MC* V, *lB* IV, *pA* IV und zugleich *PC* III, *aD* I
061 *r* ist *MA* VII und zugleich *pD* III, *mD* III
$0\bar{6}1$ *c* ist *MA* VII und zugleich *oD* III, *aD* III

Nur die beiden Flächen *k* und *γ* entziehen sich dieser Regel, ohne ihr doch direct zu widersprechen, da man sie als zwei Flächen ansehen kann, welche in der Gruppe *h* für sich zwei *D*-Zonen constituiren, in welchen sie dann Kernflächen (I) sind. In den Gruppen der Oktaïdflächen haben wir ja mehrere Flächen als für sich Zonen constituirend anzuerkennen. Uebrigens nehmen die Flächen *k* und *γ* auch sonst eine Ausnahmestellung ein, da Hr. G. vom Rath von ihnen S. 27 sagt, „dafs *k* vorläufig nur auf der linken, *γ* nur auf der rechten Seite bekannt ist".

Dafs nun das beschriebene Kugelnetz, dessen Projection durch die Figg. 1, 3, 4, 5, Taf. IV dargestellt ist, nicht allein für den Anorthit, sondern wahrscheinlich für

alle auf das reguläre System reducirten trimetrischen Krystalle ein Schema ist, davon kann man sich leicht überzeugen, indem man für die Flächen beliebiger Krystalle die Miller'schen Symbole nach dem Princip der krystallonomischen Abstumpfungen in dasselbe einträgt. Als Beispiel möge Fig. 6, Taf. IV dienen, in welcher die im Miller-Grailich'schen Lehrbuche für den *Axinit* entworfene Fig. 101 auf unser Schema übertragen ist.

Die geometrische Betrachtung, welche den Begriff der krystallonomischen Abstumpfung vermittelt, knüpft sich an die Resultate des Aufsatzes: „Krystallometrische Formeln" von G. Junghann, welcher in der „Zeitschrift für Mathematik und Physik" herausgegeben von A. Schlömilch etc. XVII, 6 erschienen ist[1]). Sie ist eine erst nach dem Erscheinen jener „Formeln" aufgefundene Ergänzung derselben und die hier folgende Darstellung setzt die dort mitgetheilten Resultate, auf welche sie sich stützt, voraus.

Sind auf den drei (rechtwinkligen oder schiefwinkligen) Axen einer Krystallgestalt $0A = p_1$, $0B = p_2$, $0C = p_3$, die Längen der drei Grundparameter und bezeichnet man die *Parameterdreiecke*

$\frac{1}{2}p_2 p_3 \sin(p_2 p_3) = a$, $\frac{1}{2}p_3 p_1 \sin(p_3 p_1) = b$, $\frac{1}{2}p_1 p_2 \sin(p_1 p_2) = c$

und das *Schlufsdreieck*

$$ABC = d,$$

ferner die Cosinus der Flächenwinkel, unter welchen die Parameterdreiecke gegen einander geneigt sind:

$$\cos(bc) = \alpha,\ \cos(ca) = \beta,\ \cos(ab) = \gamma,$$

so ist nach „Krystallometrische Formeln" (10):

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2bc\alpha - 2ca\beta - 2ab\gamma.$$

Sind ferner auf denselben Axen $0A'$, $0B'$, $0C'$ die Parameter einer besonderen Fläche $A'B'C'$, und haben a', b', c', d' für dieselben die entsprechenden Bedeutungen, so ist

$$d'^2 = a'^2 + b'^2 + c'^2 - 2b'c'\alpha - 2c'a'\beta - 2a'b'\gamma.$$

1) Die zu den „Krystallometrischen Formeln" gehörige Figurentafel ist durch irgend ein Versehen erst dem folgenden Hefte XVIII, 1 der „Zeitschrift etc." beigefügt.

Bekanntlich sind nun für jede Krystallfläche die Verhältnisse $0A:0A'$, $0B:0B'$, $0C:0C'$ rationale. Nach der Miller'schen Bezeichnungsweise einer Fläche durch das Symbol $(\mu\nu\varrho)$, worin μ, ν, ϱ positive oder negative ganze Zahlen bedeuten, hat man sich zu denken

$$0A' = \frac{1}{\mu}\,0A,\quad 0B' = \frac{1}{\nu}\,0B,\quad 0C' = \frac{1}{\varrho}\,0C$$

und jede mit dem Schlufsdreieck $A'B'C'$ parallele Fläche wird durch das Symbol $(\mu\nu\varrho)$ bezeichnet. Für dieses Schlufsdreieck $A'B'C'$ hat man nun

$$a' = \frac{a}{\nu\varrho},\quad b' = \frac{b}{\mu\varrho},\quad c' = \frac{c}{\mu\nu},$$

und der Flächeninhalt desselben ist daher

$$d' = \frac{1}{\mu\nu\varrho}\sqrt{(\mu^2a^2 + \nu^2b^2 + \varrho^2c^2 - 2\nu\varrho bc\alpha - 2\varrho\mu ca\beta} \\ \sqrt{- 2\mu\nu ab\gamma)}.$$

Offenbar stellt nun auch die mit $e' = \mu\nu\varrho d'$ bezeichnete Wurzelgröfse den Flächeninhalt eines mit $A'B'C'$ parallelen Schlufsdreiecks dar, dessen Parameter $\frac{p_1}{\mu}\sqrt{\mu\nu\varrho}$, $\frac{p_2}{\nu}\sqrt{\mu\nu\varrho}$, $\frac{p_3}{\varrho}\sqrt{\mu\nu\varrho}$ sind, und dessen Symbol also

$$\left(\frac{\mu}{\sqrt{\mu\nu\varrho}}\;\frac{\nu}{\sqrt{\mu\nu\varrho}}\;\frac{\varrho}{\sqrt{\mu\nu\varrho}}\right),$$

also auch $(\mu\nu\varrho)$ ist.

Es ist nun ferner in „Krystallometrische Formeln (20)" gezeigt, dafs der Winkel zweier Flächen, deren Symbole $(\mu'\nu'\varrho')$, $(\mu''\nu''\varrho'')$ sind, ausgedrückt wird durch die Gleichung:

$$-e'e''\cos(e'e'') = \mu'\mu''a^2 + \nu'\nu''b^2 + \varrho'\varrho''c^2 - (\nu'\varrho'' + \nu''\varrho')bc\alpha \\ - (\varrho'\mu'' + \varrho''\mu')ca\beta - (\mu'\nu'' + \mu''\nu')ab\gamma \quad (20).$$

Addiren wir diese Gleichung verdoppelt zu

$$e'^2 = \mu'^2a^2 + \nu'^2b^2 + \varrho'^2c^2 - 2\nu'\varrho' bc\alpha - 2\varrho'\mu' ca\beta \\ - 2\mu''\nu ab\gamma$$

$$e''^2 = \mu''^2a^2 + \nu''^2b^2 + \varrho''^2c^2 - 2\nu''\varrho'' bc\alpha - 2\varrho''\mu'' ca\beta \\ - \mu''\nu'' ab\gamma,$$

so ergiebt sich durch leichte Reduction

$$e'^2 + e''^2 - 2e'e'' \cos(e'e'') = (\mu' + \mu'')^2 a^2 + (\nu' + \nu'')^2 b^2 + (\varrho' + \varrho'')^2 c^2 - 2(\nu' + \nu'')(\varrho' + \varrho'') bc\alpha - 2(\varrho' + \varrho'')(\mu' + \mu'') ca\beta - 2(\mu' + \mu'')(\nu' + \nu'') ab\gamma.$$

Es sey $e'^2 + e''^2 - 2e'e'' \cos(e'e'') = e'''^2$; dann ist $2e'''$ in dem dreiseitigen Prisma, welches durch die Parallelogramme $2e'$ und $2e''$ und ihren Flächenwinkel $(e'e'')$ bestimmt wird, das dritte Seitenparallelogramm, liegt also in der Zone $e'e''$, und ist die Fläche, welche in dem vorstehenden Aufsatze als die *krystallonomische Abstumpfung* der Kante der Flächen e', e'' bezeichnet worden ist. Ihr Symbol ist nach dem Obigen: $(\mu' + \mu'', \nu' + \nu'', \varrho' + \varrho'')$.

Anmerkung. Der Verfasser des vorstehenden Aufsatzes bekennt sich als Laien in der Krystallographie. Er hat sich nur aus Lehrbüchern (Naumann, Miller) mit den Hauptaufgaben der Krystallometrie bekannt gemacht, um den Krystallographen die Hülfsmittel nachweisen zu können, die für sie in der von ihm entwickelten „Tetraëdrometrie" zu liegen schienen. In diesem Sinne sind sowohl die oben citirten „Krystallometrischen Formeln", als der vorliegende Aufsatz aufzufassen.

IV. *Ueber den Widerstand der Luft gegen Planscheiben, die in normaler Richtung gegen ihre Ebenen bewegt werden; von G. Hagen.*

Der Apparat, mit dem die Beobachtungen angestellt wurden, bestand in zwei auf einer vertikalen Axe ruhenden dünnen Flügeln. Auf die Axe war eine cylindrisch abgedrehte Spindel aus Elfenbein gekittet, um welche zwei

feine Fäden in gleicher Richtung gewunden wurden, die über zwei einander gegenüberstehende Rollen liefen und an ihren Enden Schaalen zur Aufnahme von Gewichten trugen. Damit die Fäden beim Aufziehen des Apparates sich regelmäfsig auflegen, ohne sich zu überdecken, war die Axe im unteren Theil mit einem Schraubengewinde versehen, dessen Gänge der doppelten Dicke der Fäden entsprechen. Indem die Reibung der Schraube sich sehr störend erwies, wurde die Axe noch durch die Spitze eines Stahldrahtes unterstützt, der auf einem gleicharmigen Hebel aufstehend jederzeit einen Vertikal-Druck ausübte, der dem Gewicht der Axe mit den Flügeln und Scheiben genau gleich war. Die Schraube wurde hierdurch ganz entlastet und diente allein zur Führung der Axe, damit diese, den Windungen der Fäden entsprechend, sich erhob oder senkte.

Die Fäden waren an ihren unteren Enden durch einen leichten Steg verbunden, der ihr Aufdrehn verhinderte und zugleich einen Zeiger trug, der an einem Maafsstabe herabglitt und zur Messung der Geschwindigkeit diente. Der Maafsstab war in ganze und zehntel Zolle eingetheilt.

Die beiden einander gegenüberstehenden Flügel hatten zusammen die Länge von 16 Fufs. Auf ihren äufseren Enden waren durchbohrte Korke aufgeleimt, welche die Stiele der Scheiben umfafsten, deren Widerstand gemessen werden sollte. Beim Einstellen der letzteren blieben sonach die dem Luftdrucke ausgesetzten Flächen der Flügel ganz unverändert und der Widerstand ergab sich, wenn von dem beobachteten derjenige abgezogen wurde, den die Flügel allein bei gleicher Umdrehungs-Geschwindigkeit gezeigt hatten.

Verschiedene vorbereitende Untersuchungen waren erforderlich, bevor zu den eigentlichen Messungen übergegangen werden konnte.

Zunächst entstand die Frage, ob die Fäden bei gröfserer Belastung sich vielleicht verlängern. Dieses geschah allerdings, doch trat die geringe Verlängerung sofort ein,

und ihr Einfluſs lieſs sich umgehen, wenn, wie immer geschah, die Gewichte schon beim tiefsten Stande der Schaalen aufgebracht, also die Fäden unter derselben Spannung aufgewunden wurden, mit der sie später die Spindel drehten. Sodann war zu untersuchen, ob die Entfernung der Axe von den Mittellinien der Fäden, also von den Punkten, in welchen der Zug stattfand, bei den verschiedenen Belastungen dieselbe blieb. Zu diesem Zweck wurden die Wege gemessen, welche der Zeiger bei einer gewissen Anzahl von Umdrehungen der Flügel zurücklegte, während verschiedene Gewichte auf die Schaalen gestellt waren. Das Resultat fiel durchaus befriedigend aus, indem die Abweichungen vom Mittelwerthe nur einzelne Hunderttheile eines Zolles betrugen, die nur geschätzt werden konnten.

Aus der Länge des Weges, den der Zeiger bei einer Umdrehung der Flügel zurücklegt, lieſs sich die Entfernung des Angriffspunktes des Zuges von der Axe leicht herleiten, doch war dabei insofern noch eine geringe Reduction erforderlich, als die Fäden sich schraubenförmig um die Spindel legten. Die betreffende Entfernung, welche die Länge des Hebelarmes bezeichnet, auf den die Kraft wirkt, ergab sich 0,817 Zoll.

Ferner war zu untersuchen, ob vielleicht der Stahldraht, der die Axe und die Flügel trägt, bei gewissen Stellungen sich soweit von der Lothlinie entfernt, daſs er die Schraube stark seitwärts drängt und dadurch die Reibung derselben merklich vergröſsert. Die Rechnung führte zu dem Resultat, daſs bei den geringen Höhen-Veränderungen die Pfanne, worin der Fuſs des Drahtes steht, in horizontaler Richtung sich nur um 0,0086 Zoll verschiebt oder der Draht äuſsersten Falles nur $2\frac{1}{2}$ Minuten von der Lothlinie abweicht.

Der Einfluſs der Temperatur ist auf den Widerstand, den die Scheiben erfahren, sehr bedeutend. Es sind daher die Resultate sämmtlicher Beobachtungen auf die Temperatur 15 Grad Centm. und auf den Barometerstand von

28 Pariser Zoll reducirt. Dabei wurde von der Voraussetzung ausgegangen, daſs der Widerstand der Luft ihrer Dichtigkeit proportional sey.

Endlich mag noch erwähnt werden, daſs für alle Scheiben die Lage des Mittelpunktes des Druckes in Rechnung gestellt ist, wenngleich derselbe mit dem Mittelpunkt der Fläche sehr nahe zusammenfällt.

Die benutzten Scheiben waren theils quadratisch, theils kreisförmig, theils dreieckig und in einem Falle bildeten sie Oblonge von groſser Höhe und sehr geringer Breite. Ihre Flächen maaſsen 4 bis gegen 40 Quadratzoll. Jedesmal wurden zwei gleiche Scheiben an beide Flügel befestigt, und indem die von beiden Fäden getragenen Gewichte einander gleich waren, so diente jedes derselben zur Ermittelung des Widerstandes einer Scheibe. Die Geschwindigkeit der Scheibe ergab sich aus der des Zeigers, und diese wurde nach dem Schlage einer Secundenuhr an dem erwähnten Maaſsstabe gemessen. Der 10., 20., 30. Zoll bis zum 70. waren durch stärkere Linien bezeichnet und die ganze oder halbe Secunde, während welcher der Zeiger diese traf, wurde notirt. Gemeinhin trat vom 20. Zoll ab schon die gleichförmige Bewegung ein. Nur wenn die Flügel allein umliefen, oder sehr kleine Scheiben aufgesteckt waren, geschah dieses erst beim 30. Zoll. Die notirten Zahlen geben hierüber sehr sicheren Aufschluſs und es wurden nur diejenigen Zeitintervalle zur Rechnung benutzt, welche unter sich übereinstimmten oder doch nicht mehr, als um eine halbe Secunde von einander abwichen.

Der Zeiger durchlief den einzelnen Zoll in 1,8 bis 8 Secunden, die Geschwindigkeit der Scheiben betrug also 66 bis 17 Zoll in der Secunde. Kleinere Geschwindigkeiten lieſsen sich nicht beobachten, weil die Reibung im Apparate alsdann überwiegenden Einfluſs erhielt und die Zeiten zu stark von einander abwichen. Andererseits durften die Flügel auch nicht schneller umlaufen, weil sonst die unvermeidlichen Beobachtungsfehler relativ zu groſse Werthe annahmen. Wenn aber gröſsere Scheiben ange-

steckt waren und diesen die Geschwindigkeit von 60 Zoll oder darüber gegeben wurde, so nahm die Luft im ganzen Zimmer eine schwache rotirende Bewegung an, die sich theils durch leichte, auf Nadelspitzen schwebende Fähnchen aus dünnem Papier erkennen ließen und theils auch dadurch, daſs während der ganzen Beobachtungszeit die Geschwindigkeit sich fortwährend etwas vergröſserte. Diese letzte Erscheinung trat auch ein, wenn die Luft im Zimmer während dieser Zeit um 1 oder 2 Grade sich erwärmte. Die Strömungen, die sich alsdann bildeten, vereinigten sich mit den durch die Scheiben veranlaſsten, und verstärkten die letzteren. Es war daher nothwendig, für die Erhaltung einer constanten Temperatur möglichst zu sorgen.

Zunächst mag eine Beobachtungsreihe erwähnt werden, die sich auf die Umdrehungen der Flügel allein unter acht verschiedenen Belastungen bezog. Wenn das auf jeder Schaale stehende Gewicht mit G, und die Anzahl der Secunden, in welchen der Zeiger durchschnittlich 1 Zoll durchlief, mit t bezeichnet wird, so schloſs sich der Ausdruck

$$G = z + p\frac{1}{t} + s\frac{1}{t^2}$$

befriedigend an die Beobachtungen an. Die wahrscheinlichsten Werthe der Constanten waren

$$z = -0{,}724,$$
$$p = 1{,}034,$$
$$s = 15{,}518.$$

Das erste Glied oder die Constante z ist die Reibung des Apparates. Dieselbe stellt sich unter negativem Zeichen dar, weil das Gewicht des Steges mit den beiden Schaalen und den Fäden, die sich bis zum Fuſsboden verlängerten, schon 3,3 Loth betrug und gröſser, als die constante Reibung war, woher der mit z bezeichnete Theil dieses Gewichtes noch in die beiden anderen Glieder übergeht.

Die Constante p nimmt sehr verschiedene Werthe an und wird sogar gleich Null, wenn der Apparat frisch geölt ist. Das zweite Glied ist also von der Zähigkeit des Oels abhängig. Dabei muſs bemerkt werden, daſs gerade unmittelbar nach dem Einölen der Schraube die Reibung in den kürzesten Zwischenzeiten sich oft wesentlich verändert und daſs sonach diese Messungen am wenigsten sicher sind. Die sämmtlichen nachstehend benutzten Beobachtungsreihen sind nicht in solchen Zeiten gemacht.

Das dritte Glied, welches meist überwiegend groſs ist, bezieht sich auf den Widerstand der Luft gegen die Flügel und derselbe ist dem Quadrat der Umdrehungs-Geschwindigkeit proportional.

Die groſse Veränderlichkeit der Reibung, die in den Constanten des ersten und zweiten Gliedes der vorstehenden Gleichung sich zu erkennen gab, erschwerte in hohem Grade die Beobachtungen und beschränkte wesentlich die Sicherheit der Resultate. Nach vielfachen Versuchen, derselben vorzubeugen, blieb nur übrig, jedesmal vor und nach den mit Scheiben angestellten Messungen die Flügel allein unter drei verschiedenen Belastungen umlaufen zu lassen und daraus die drei Constanten z, p und s zu berechnen. Da dieselben aber nach diesen beiden Beobachtungen nur selten übereinstimmende Werthe hatten, so wurden die eingetretenen Veränderungen den Zwischenzeiten entsprechend auf die einzelnen Messungen vertheilt und hiernach die in Abzug zu stellenden Widerstände der Flügel und des Apparates ermittelt.

In gleicher Weise wurde auch unmittelbar vor und nach jeder Beobachtungsreihe der Stand des Thermometers und des Barometers abgelesen und die dabei bemerkten Aenderungen nach den Zwischenzeiten auf die einzelnen Beobachtungen vertheilt.

Sobald Scheiben an die Flügel gesteckt waren, wurde der Apparat gleichfalls durch verschiedene Belastungen in Bewegung gesetzt und für jedes beobachtete t dasjenige Gewicht berechnet, welches bei derselben Umdrehungs-

Geschwindigkeit den Widerstand der Flügel allein bezeichnete. Dieses wnrde von jedem auf einer Schaale stehenden Gewicht abgezogen und es kam darauf an, die Beziehung zwischen dem Rest G' und der Zeit t zu finden. Längere Beobachtungsreihen, die mit denselben Scheiben und möglichst verschiedenen Belastungen angestellt waren, ergaben, dafs die Gleichung

$$G' = z + \frac{1}{t^2} r$$

jedesmal diese Beziehung ausdrückte. Bei den Versuchen, noch ein drittes Glied einzuführen, welches die erste Potenz der Geschwindigkeit zum Factor hat, blieb der Zahlencoëfficient desselben immer sehr klein und war bald positiv, bald negativ.

Das erste Glied oder z, bezeichnet, wenn die Reibung, die der Apparat unter den Flügeln allein erleidet, schon in Abzug gestellt ist, nur die inzwischen eingetretene Veränderung derselben. Indem diese aber aus jeder Beobachtungsreihe berechnet werden mufste, so war es entbehrlich, den Werth von z, den die Beobachtungen ohne Scheiben ergeben hatten, überhaupt zu berücksichtigen, derselbe stellte sich alsdann in Verbindung mit dem zuletzt gefundenen z dar.

Für jedes untersuchte Scheibenpaar wurde der wahrscheinlichste Werth von r berechnet und auf die zu Grunde gelegte Dichtigkeit der Luft reducirt. Aus demselben läfst sich leicht der Widerstand herleiten, den jede Scheibe erfährt. Dieser Widerstand sey D, während R die Entfernung des Angriffspunktes desselben von der Drehungs-Axe und a die Entfernung der Mittellinie des Fadens von dieser Axe ist. Man hat alsdann

$$D = \frac{a}{R}(G' - z) = \frac{a}{t^2 R} r.$$

$\frac{1}{t}$ ist die Geschwindigkeit des Zeigers oder des treibenden Gewichtes, daher die Geschwindigkeit der Scheibe

$$c = \frac{R}{a t}$$

und sonach der Druck der Luft gegen die Scheibe

$$D = \frac{a^3}{R^3}\, r c^2$$

oder auf die Flächeneinheit reducirt

$$\frac{D}{F} = \frac{a^3 r}{R^3 F} c^2 = k c^2.$$

Nachstehende Tabelle enthält die für kreisförmige und für quadratische Scheiben aus zwanzig an verschiedenen Tagen angestellten Beobachtungsreihen hergeleiteten mittleren Werthe von k, die jedoch um sehr kleine Zahlen zu vermeiden mit 1000000 multiplicirt sind.

Kreisscheiben			Quadratscheiben		
Durchmesser	k	Diff.	Seiten	k	Diff.
2,5 Zoll	2,280		2 Zoll	2,339	
		0,071			0,014
3,5	2,351		3	2,353	
		0,059			0,084
4,5	2,410		4	2,437	
		0,061			0,009
5,5	2,471		5	2,446	
		0,047			0,058
6,5	2,518		6	2,504	

Es ergiebt sich hieraus zunächst, dafs der Widerstand, den die Flächeneinheit bei gleicher Geschwindigkeit erleidet, keineswegs constant ist, sondern mit der Gröfse der Scheiben zunimmt, sodann auch, dafs diese Zunahme nicht der Fläche, sondern einer gewissen Längen-Dimension der Scheibe proportional ist.

Um beide Formen der Scheiben mit einem gemeinschaftlichen Gesetz zu umfassen, versuchte ich unter der Annahme, dafs

$$k = \alpha + q \cdot \beta$$

sey, für q verschiedene Werthe einzuführen, nämlich die gröfste, die kleinste und die mittlere durch den Mittelpunkt der Fläche gezogene Transversale, so wie auch den Umfang der Scheibe und die Wurzel aus der Fläche derselben. Nachdem jedesmal die wahrscheinlichsten Werthe

der Constanten α und β berechnet und die daraus hergeleiteten k mit den beobachteten verglichen waren, stellte sich die kleinste Summe der übrig bleibenden Fehlerquadrate heraus, wenn $q = \sqrt{F}$ war, etwas gröfser wurde sie, wenn ich q dem Umfange gleich setzte und am gröfsten bei Einführung der gröfsten Transversalen, also der Diagonale des Quadrats.

Indem diese Rechnung zu keinem entscheidenden Resultat führte, so stellte ich noch mit anders geformten Scheiben Beobachtungen an, und namentlich mit solchen, welche gleichseitige Dreiecke und schmale Oblonge bildeten. Letztere waren 16 Zoll hoch und 1 Zoll breit, ihre Flächen stimmten also mit denen der quadratischen Scheiben von 4 Zoll Seite überein. Da wegen der geringen Breite die Luft vor ihnen viel leichter ausweichen konnte, so erwartete ich, dafs sie auch einen geringeren Widerstand zeigen würden. Dieses war aber keineswegs der Fall, im Gegentheil stellte sich für sie der Werth von k durchschnittlich auf 2,476. Hieraus ergab sich, dafs jenes q im Ausdruck für k dem Umfange gleich angenommen werden müsse, womit auch die Resultate der Beobachtungen mit den dreieckigen Scheiben übereinstimmten.

Nunmehr verglich ich unter dieser Voraussetzung die Werthe von k, die sich aus den vierundzwanzig mit verschieden geformten Scheiben angestellten Beobachtungsreihen ergeben hatten und fand als wahrscheinlichste Werthe

$$\alpha = 2,264$$

und

$$\beta = 0,00942.$$

Der wahrscheinliche Fehler von α war 0,0134, also ungefähr $\frac{1}{2}$ Proc. und von β, 0,00072 oder $7\frac{1}{2}$ Proc.

Der Widerstand, den eine Scheibe vom Flächeninhalt F und dem Umfange q bei der Geschwindigkeit c und der angenommenen Dichtigkeit der Luft erfährt, ist sonach

$$D = \frac{2,264 + 0,00942 \,.\, q}{1000000} Fc^2,$$

wobei D in alten Lothen, F, c und q in rheinländischen Zollen gemessen sind.

Eine quadratische Scheibe von 1 Fuſs Seite, die mit der Geschwindigkeit der Schnellzüge von 50 Fuſs in der Secunde sich bewegt, würde hiernach beispielsweise einen Druck von 4,4 Pfund erleiden.

Wenn D in Grammen, F, c und q aber in Decimetern ausgedrückt werden, so hat man

$$D = \frac{7{,}070 + 0{,}1125 \,.\, q}{1000} \; F \,.\, c^2.$$

Durch vorstehende Zerlegung von k in zwei Glieder erhält man

$$D = \alpha \,.\, F c^2 + \beta \,.\, q \,.\, c \,.\, F c.$$

Das erste Glied entspricht der allgemein angenommenen Voraussetzung über die Gröſse des Widerstandes, das zweite dagegen enthält auſser dem Zahlencoëfficienten noch drei Factoren, nämlich den Umfang der Scheibe, die erste Potenz ihrer Geschwindigkeit und den cubischen Inhalt der in jeder Secunde verdrängten Luftmenge. Indem tropfbare Flüssigkeiten bei regelmäſsiger Strömung, also ohne Wirbelbildung, an festen Seitenwänden einen Widerstand erfahren, welcher der ersten Potenz der Geschwindigkeit und der Ausdehnung der berührten Wände proportional ist, so darf man wohl annehmen, daſs dieses zweite Glied des Widerstandes nichts anderes, als die Reibung bezeichnet, welche zwischen dem Rande der Scheibe, und der vorbeistreichenden Luft eintritt.

V. *Ueber ein aus der Hamilton'schen Theorie der Bewegung hervorgehendes mechanisches Princip;*
von J. J. Müller,
Professor am Polytechnikum in Zürich.

Wenn ein System materieller Punkte sich unter dem Einfluſs von Kräften bewegt, welche aus der gegenseitigen Anziehung und Abstoſsung der Punkte hervorgehen, so können sämmtliche Integralgleichungen der Bewegung, wie Hamilton[1]) gezeigt hat, durch die partiellen Differentialquotienten einer Function der Coordinaten, der Grundfunction, dargestellt werden, in ähnlicher Weise wie nach Lagrange die Differentialgleichungen derselben mit Hülfe der partiellen Differentialquotienten der Kräftefunction dargestellt werden können. Die Grundfunction genügt dabei zwei partiellen Differentialgleichungen, allein schon eine dieser partiellen Differentialgleichungen reicht, wie Jacobi nachwies, zu ihrer Definition hin. Die Grundfunction ist eine vollständige Lösung dieser Differentialgleichung und irgend eine vollständige Lösung der letzteren giebt, analog nach den Constanten differentiirt, das System der Integralgleichungen. Es concentrirt sich daher die ganze Aufgabe in der Hamilton-Jacobi'schen Methode zu der einen Integration der partiellen Differentialgleichung, im Gegensatz zu dem Lagrange'schen Verfahren, wo nur einzelne Integrale mit Hülfe der bekannten Principien gefunden werden. Diese Integration der partiellen Differentialgleichung wurde von Jacobi[2]) in allgemeiner Weise sowohl auf dem bereits von Lagrange und Pfaff angebahnten Wege, als auch in einer neuen groſsen Methode entwickelt, Integrationsweisen, an welche beide sich eine Reihe neuerer Arbeiten anschlieſsen.

1) *Phil. Trans.* 1834, 1835.

2) Vorlesungen über Dynamik; *Nova methodus etc.* Borchardt's Journal 60.

Die angeführte Theorie hat neuerdings noch in doppelter Hinsicht eine Erweiterung erfahren. Wenn die Untersuchung von Hamilton und Jacobi sich auf den wirklichen Raum bezogen, für welchen das Element einer von einem Punkte ausgehenden Linie darstellbar ist durch die Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate von Differentialien der Coordinaten des Punktes, so faſste Lipschitz [1]) das Problem dahin allgemeiner, daſs er das Linienelement gleich der $p$ten Wurzel aus einer beliebigen wesentlich positiven Form des $p$ten Grades von den Differentialien beliebiger Coordinaten des betreffenden Punktes voraussetzte. Das Element seines der Grundfunction entsprechenden Integrales wird die Summe aus einer beliebigen Form $p$ten Grades von den nach der Zeit genommenen Differentialquotienten der Variabeln und einer beliebigen nur von den Variabeln abhängenden Kräftefunction, diese Summe in das Zeitelement multiplicirt, so daſs das Problem der Mechanik in ein ganz allgemeines der Variationsrechnung übergeht. Wenn ferner Hamilton eine Kräftefunction vorausgesetzt hatte, die nur von den Coordinaten der bewegten Punkte abhing und wenn Jacobi die Untersuchung auch auf eine die Zeit explicite enthaltende Kräftefunction ausgedehnt hatte, so faſste Schering [2]) die Aufgabe von dieser Seite allgemeiner, indem er Kräfte einführte, die nicht nur von der Lage, sondern auch von dem Bewegungszustande der Massen abhängen. Diese Abhängigkeit wird so gewählt, daſs, unter R die resultirende Kraft und unter dr die virtuelle Verrückung der Massenpunkte verstanden, $\Sigma R dr$ die Differenz einer totalen Variation und einer totalen Derivirten nach der Zeit wird und diese Verallgemeinerung wird zugleich auf dem erweiterten Lipschitz'schen Standpunkte durch-

1) Untersuchung eines Problems der Variationsrechnung. Borchardt's Journal 74.

2) Hamilton-Jacobi'sche Theorie für Kräfte, deren Maaſs von der Bewegung der Körper abhängt; Abhandl. der Göttinger Ges. der Wissensch. 1873.

geführt. In derselben können also Bewegungen wie die, welche z. B. dem Weber'schen Gesetze genügen oder Bewegungen im mehrfach ausgedehnten Gaufs'schen und Riemann'schen Raume behandelt werden.

Von dem hohen Grade, zu dem diese analytischen Untersuchungen gelangt sind, steht die geringe Ausbildung der physikalischen Seite der Hamilton'schen Methode weit ab. Eine ganz wesentliche Eigenthümlichkeit derselben besteht darin, dafs sie von einer gegebenen Bewegung des Punktsystems zu einer anderen übergeht, in ähnlicher Weise wie das Lagrange'sche Verfahren von einer Configuration der Punkte zur anderen übergeht. Die Grundfunction, ein bestimmtes Integral, das über die ursprüngliche Bewegung ausgedehnt wird, erfährt durch die Variation der willkürlichen Constanten der Bewegung eine Aenderung, und diese Variation oder die eines ähnlichen den Kraftaufwand darstellenden Integrales geben die symbolischen Bewegungsgleichungen Hamilton's. Die Hamilton'sche Methode unterscheidet sich daher zweitens von der Lagrange'schen, bei welcher die Kräftefunction sich nach Elementen der gegebenen Bewegung ändert, in derselben Weise wie die Variation von der Differentiation der Functionen. Diese zweite Seite derselben mufste sofort zu einer neuen Behandlung der Störungen leiten, welche von Hamilton, Jacobi, Schering zu einer Reihe neuer Systeme von Störungsformeln entwickelt worden ist. Allein die genannte Anwendung der Variation der Bewegung, welche im Grunde nur eine besondere Darstellungsart der letzteren ist, ist nicht das Wesentliche der neuen Anschauung, das vielmehr in ähnlichen Principien gesucht werden mufs, wie bei den gewöhnlichen Differentialgleichungen der mechanischen Probleme. Zwar wird die eine Bedeutung dieser Principien, die Darstellung von einzelnen Integralen, bei dem angedeuteten allgemeinen Integrationsverfahren hier nicht in Betracht kommen; die davon unabhängige physikalische Bedeutung derselben aber, welche sich dort am evidentesten bei dem Satz von der

lebendigen Kraft, namentlich in der ihm von Helmholtz gegebenen allgemeinen Fassung, erwies, bleibt auch hier bestehen und diefs rechtfertigt eine Untersuchung derselben.

Eine solche Untersuchung der physikalischen Seite der Hamilton'schen Methode ist im Folgenden versucht worden; sie schien um so mehr gefordert, als die Bestrebungen der Physiker, den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie in ähnlicher Weise wie den ersten aus rein mechanischen Begriffen abzuleiten, deutlich ein neues mechanisches Princip vermuthen liefsen. Es ist Boltzmann[1]), Clausius[2]) und Ledieu[3]) gelungen, den genannten Satz von den Lagrange'schen Differentialgleichungen aus zu gewinnen; allein er stellte sich nicht wie der erste Satz aus einem allgemeinen Principe heraus, sondern jene Untersuchungen führten umgekehrt zu neuen mechanischen Sätzen, die aber freilich nicht die grofse Tragweite des Princips der lebendigen Kraft besafsen. Ein Versuch von Szily[4]), den Satz von dem Hamilton'schen Verfahren aus zu gewinnen, liegt dem obigen Gedanken noch näher; allein abgesehen davon, dafs er, wegen einer an der bisherigen Form desselben haftenden Beschränkung zu der geforderten allgemeinen Ableitung gar nicht führen konnte, tritt er auf die physikalische Seite dieser Methode nicht näher ein.

Die Untersuchung ergab nun, dafs das neue Verfahren einem ähnlichen allgemeinen Principe genügt, wie das Lagrange'sche. Dem Satz der lebendigen Kraft ist nämlich der folgende Satz völlig coordinirt: Bezeichnet man in einer Bewegung, deren Bedingungsgleichungen und Kräftefunction die Zeit nicht explicite enthalten, Grundfunction und Kraftaufwand beziehlich mit V und W, so dafs

1) Wiener Sitzungsberichte 53; Pogg. Ann. Bd. 143, S. 211.
2) Pogg. Ann. Bd. 142, S. 433.
3) *Compt. rend.* 1873, 1874.
4) Pogg. Ann. Bd. 145, S. 295; Bd. 149, S. 74.

$$-V=\int_0^t (T-U)\,dt, \quad W=\int_0^t 2T\,dt,$$

unter T die lebendige Kraft und unter U die Kräftefunction verstanden und setzt man voraus, dafs V als Function der Anfangs- und Endcoordinaten und der Zeit, W als Function der Anfangs- und Endcoordinaten und der Energie dargestellt seyen, so gilt für jede während eines Zeitelements dt eintretende Umänderung der Bewegung die Relation

$$\frac{d(V+W)}{dt}-\left[\frac{\partial(V+W)}{\partial t}\right]=0,$$

worin das Zeichen d die gesammte mit der Umänderung der Bewegung verbundene Aenderung, das Zeichen ∂ dagegen alle nicht durch Veränderungen der Coordinaten herbeigeführten Aenderungen von $V+W$ bedeuten. Es ist also bei jeder Bewegung, deren Bedingungsgleichungen und Kräftefunction nicht von t explicite abhängen, die durch die Variation der Coordinaten allein herbeigeführte Aenderung von Grundfunction und Kraftaufwand gleich Null. Die beiden Gröfsen W und V sind hierbei einer ähnlichen physikalischen Interpretation fähig wie T und U. Erstere ist bereits von Hamilton als die in der Bewegung angehäufte lebendige Kraft bezeichnet worden; die Bedeutung der letzteren ergiebt sich aus einer Eigenthümlichkeit der ganzen Hamilton'schen Bewegungslehre. Während nämlich die *mécanique analytique* vorzugsweise die Kräfte in die Bewegungsgleichungen einführt, implicirt das Verfahren von Hamilton die Einführung der momentanen Impulse, so zwar, dafs an die Stelle der Kräfte diejenigen Impulse treten, die in jedem Augenblick die wirklich vorhandenen Geschwindigkeiten hervorzubringen im Stande sind. Es können nun in einer Gruppe von Bewegungen diese Impulse analog wie die Kräfte als negative partielle Differentialquotienten einer Function der Coordinaten dargestellt werden und diese Function ist nichts anderes als die oben definirte Grundfunction des Systemes. Diese Eigenthümlichkeit giebt der Grundfunction eine ähnliche reelle Bedeutung wie sie die Kräftefunction in der poten-

tiellen Energie erhalten hat und macht die Coordination zwischen dem Princip der Energie und dem neuen Satze noch evidenter.

Wenn dieser Satz das allgemeine Princip war, auf das jene Untersuchungen der Wärmetheorie hinzielten, so mufste er den zweiten Hauptsatz dieser Disciplin derart als speciellen Fall in sich schliefsen, wie der Satz der Energie den ersten Hauptsatz. In dieser Beziehung ist es nun bemerkenswerth, dafs derselbe, auf die mechanische Wärmetheorie angewandt, ganz direct zu dem zweiten Hauptsatze führt, sobald nur, wie es hier unumgänglich scheint, die Temperatur der Körper proportional der lebendigen Kraft ihrer Molekularbewegung gesetzt wird. Dem entsprechend scheint auch der Satz einer ähnlichen Reihe weiterer Anwendungen fähig, wie der Satz der Energie; indessen beschränken sich die Anwendungen, die im Folgenden gegeben werden, auf jenen der Wärmelehre angehörigen Fall.

Der angeführte Satz ergab sich aus der Vereinigung zweier längst bekannter mechanischer Gleichungen. Hamilton hat nämlich seine Bewegungsgleichungen sowohl in Bezug auf die Function V als in Bezug auf die Function W gegeben und es brauchten nur die getrennten Resultate vereinigt zu werden, um sofort das neue zu liefern. In der allgemeinsten Form würde der Satz unter Einführung der im Sinne von Lipschitz und Schering verallgemeinerten Integralelemente gewonnen werden. Da es sich aber bei demselben wesentlich um seine Anwendung auf die reellen physikalischen Bewegungen handelte und da er zunächst in seiner einfachsten Form dargelegt werden sollte, so habe ich es vorgezogen, ihn im Anschlufs an die ältere Hamilton-Jacobi'sche Behandlung, welche sich durchaus auf diesem Boden bewegt, zu geben. Dieses Verfahren mufste dann aber in anderer Hinsicht etwas allgemeiner gefafst werden. Denn es setzt in allen Formen, in denen es bisher durchgeführt wurde, die Kräftefunction bei der Variation der Bewegung der Form nach unverändert voraus, während in physikalischen Betrachtun-

gen eine solche Formveränderung derselben bisweilen ganz wesentlich ist. Dies ist z. B. der Fall bei den als Wärme bezeichneten Molekularbewegungen, sobald die Körper Volum- und Druckänderungen unterworfen werden. In Bezug auf solche, namentlich von Clausius betonte Gröfsen, die neben den Coordinaten in der Kräftefunction vorkommen und bei der Variation der Bewegung sich verändern, während sie innerhalb einer gegebenen Bewegung constant bleiben, mufste also das Verfahren erweitert werden, und dies hat zu etwas allgemeineren Formen der Bewegungsgleichungen geführt.

§. 1.

Es sey ein System von n materiellen Punkten gegeben, welche sich gegenseitig anziehen und abstofsen, im Uebrigen aber keinen weiteren Kräften unterworfen sind, so dafs die sollicitirenden Kräfte durch die negativen partiellen Differentialquotienten einer Function der Coordinaten sämmtlicher Punkte, der Kräftefunction U, dargestellt werden können. Diese Function U enthält als veränderliche Gröfsen jedenfalls die Coordinaten q_i der bewegten Punkte, von denen hier immer vorausgesetzt wird, dafs sie die beliebig gestatteten Bedingungsgleichungen in einem Momente identisch erfüllen und darum, wenn m solcher Bedingungsgleichungen gegeben sind, in der Zahl $3n - m = \mu$ vorkommen. Aufserdem können aber in der Kräftefunction die Zeit t explicite, sowie andere Gröfsen c_i auftreten, welche sich dann, aber auch nur dann ändern, wenn man von einer Bewegung zu einer anderen übergeht. Für Bewegungen dieser allgemeinen Art soll das Verfahren von Hamilton zur Gewinnung der allgemeinen symbolischen Bewegungsgleichung, welche sich auf die Variation der Bewegung bezieht, erweitert werden. Wird die lebendige Kraft des Punktsystemes mit T bezeichnet und die Grundfunction V durch

$$-V = \int_0^t (T - U)\, dt$$

definirt, so ist die Aufgabe näher die, die Variation dieses Integrales unter den gemachten Voraussetzungen zu suchen.

Bei der Bildung dieser Variation wird zuerst die Zeit t als unabhängige Variable angesehen, welche nicht variirt wird. Alle in der Grundfunction vorhandenen Gröfsen werden also als Functionen von t und einer Anzahl willkürlicher Constanten betrachtet und aus der Variation dieser Constanten allein soll die Variation jener Gröfsen und daher die der Grundfunction hervorgehen. Solcher willkürlicher Constanten werden immer 2μ in den genannten Gröfsen stecken, welche von der Integration der μ Differentialgleichungen zweiter Ordnung der Bewegung herrührend gedacht werden können; allein da aufserdem eine Veränderung der Kräftefunction beim Uebergang aus einer Bewegung in eine andere vorausgesetzt ist, so kann zu jenen 2μ Constanten noch eine beliebige Anzahl anderer hinzutreten; diese letzteren, die ebenfalls von einander unabhängig angenommen werden, sind die Gröfsen c_ι. Wenn nun diese $2\mu + \nu$ Constanten sich verändern, t dagegen unverändert vorausgesetzt wird, so kommt

$$-\delta V = \delta \int_0^t (T - U)\,dt = \int_0^t \delta(T - U)\,dt,$$

und es handelt sich allein um die Variation der Gröfse $(T - U)$.

Da die Bedingungsgleichungen des Systemes die Zeit t explicite enthalten dürfen, so wird die lebendige Kraft T im Allgemeinen wie die Kräftefunction U die Zeit t ebenfalls explicite enthalten; allein da die Zeit nicht variirt wird, so kommen in der Bildung der totalen Variation δV doch nur die Variationen δq_ι, $\delta q'_\iota$, δc_ι vor und es wird

$$-\delta V = \int_0^t \left[\Sigma \frac{\partial (T-U)}{\partial q_\iota}\,\delta q_\iota\right] dt + \int_0^t \left[\Sigma \frac{\partial (T-U)}{\partial q'_\iota}\,\delta q'_\iota\right] dt$$

$$+ \int_0^t \left[\Sigma \frac{\partial (T-U)}{\partial c_\iota}\,\delta c_\iota\right] dt.$$

Durch partielle Integration im zweiten Theile der rechten Seite folgt hieraus, wenn die für die Zeit $t=0$ geltenden Werthe der verschiedenen Gröfsen durch den Index 0 bezeichnet werden,

$$-dV = \Sigma \frac{\partial T}{\partial q'_i}\delta q_i - \Sigma \frac{\partial T^0}{\partial q'^0_i}\delta q_i^0$$

$$+\int\limits_0^t \left\{ \Sigma \left[\frac{\partial (T-U)}{\partial q_i} - \frac{d\frac{\partial T}{\partial q'_i}}{dt} \right] \delta q_i \right\} dt - \int\limits_0^t \left(\Sigma \frac{\partial U}{\partial c_i}\delta c_i \right) dt$$

und setzt man die nach q'_i genommenen Differentialquotienten der lebendigen Kraft

$$\frac{\partial T}{\partial q'_i} = p_i \quad \frac{\partial T^0}{\partial q'^0_i} = p_i^0,$$

je nachdem sie sich auf die Zeit t oder auf die Anfangszeit 0 beziehen, so kommt

$$-\delta V = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int\limits_0^t \left(\Sigma \left[\frac{dp_i}{dt} - \frac{\partial (T-U)}{\partial q_i} \right] \delta q_i \right) dt$$

$$- \int\limits_0^t \left(\Sigma \frac{\partial U}{\partial c_i}\delta c_i \right) dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Diefs ist eine Bewegungsgleichung allgemeinster Art, ähnlich einer von Jacobi[1]) und Schering[2]) hervorgehobenen, welche aber das Eigenthümliche hat, dafs die in den letzteren Gleichungen nicht enthaltenen Gröfsen c_i im Allgemeinen in der Kräftefunction ebenfalls vorkommen.

Sämmtliche Gröfsen in der Gl. (1) sind als Functionen von t und $2\mu + \nu$ willkürlichen Constanten vorausgesetzt, deren erste 2μ von der Integration der Differentialgleichungen der Bewegung herrührten. Man kann nun vermittelst der Integralgleichungen die Gröfsen q_i, q_i^0 durch die willkürlichen Constanten und t ausdrücken, man kann aber auch durch dieselben Integralgleichungen die genannten 2μ willkürlichen Constanten durch die Gröfsen q_i, q_i^0

1) Vorlesungen über Dynamik 143, 356.

2) Hamilton-Jacobische Theorie 19.

und t darstellen. Das letztere soll vorausgesetzt werden. Dann wird V eine Function von t und 2μ Gröfsen q_ι, q_ι^0; aufserdem enthält es aber noch die willkürlichen Constanten c_k, die in Folge der gemachten Voraussetzung durch keine Relation mit einander verknüpft sind. Daher werden jetzt alle Variationen δq_ι, δq_ι^0, δc_k von einander unabhängig.

In Folge dessen läfst sich die Gleichung (1) sofort in einzelne Gleichungen zerspalten. Setzt man nämlich den unter dem Integralzeichen stehenden Ausdruck

$$\Sigma\left[\frac{dp_\iota}{dt} - \frac{\partial(T-U)}{\partial q_\iota}\right]\delta q_\iota = 0,$$

so kommen die Differentialgleichungen der Bewegung

$$\frac{dp_\iota}{dt} = \frac{\partial(T-U)}{\partial q_\iota}$$

und da umgekehrt die letzteren von Lagrange unabhängig von Gl. (1) bewiesen sind, so folgt, dafs unter allen Umständen jener unter dem ersten Integralzeichen stehende Ausdruck der rechten Seite verschwindet. Läfst man daher denselben unberücksichtigt, so kommt

$$-\delta V = \Sigma p_\iota \delta q_\iota - \Sigma p_\iota^0 \delta q_\iota^0 - \int_0^t \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_k}\, \delta c_k\, dt \quad (2)$$

und diefs ist die erweiterte symbolische Gleichung von Hamilton. Weil nämlich die Variationen alle von einander unabhängig sind, so liefert sie sofort die Integralgleichungen

$$-\frac{\partial V}{\partial q_\iota} = p_\iota,\ \frac{\partial V}{\partial q_\iota^0} = p_\iota^0.$$

Die Gleichung (2) ist (bis auf eine unerhebliche Abweichung in der Schreibweise) bereits von Clausius[1]) gegeben worden, wobei aber zu bemerken, dafs die Ableitung von Clausius sich nur auf Bewegungen bezieht, deren Kräftefunction und deren Bedingungsgleichungen die Zeit nicht explicite enthalten. Die Gestalt, in welcher sie die Variation δV giebt, ist für die folgenden Betrachtungen noch nicht allgemein genug, da im Allgemeinen

1) Pogg. Ann. Bd. 150, S. 122.

die Zeit t ebenfalls variirt und damit eine partielle Aenderung sowohl in T als auch in U und folglich auch in V herbeigeführt wird, welche in Gleichung (2) nicht berücksichtigt ist.

Es soll daher jetzt angenommen seyn, dafs die Zeit t nicht mehr die unabhängige Variable ist, sondern bei der Variation der Bewegung mit die Veränderung δt erfahre. Um den Sinn dieser Variation zu verstehen, hat man zu beachten, dafs man nicht die Zeit überall, wo sie vorkommt, variirt, sondern nur da, wo sie explicite vorkommt, denn eine Variation der andern würde auf eine Variation der Anfangs- und Endcoordinaten hinauslaufen und diese ist bereits abgethan. Man fafst also in diesem Falle die Grundfunction V auf als abhängig von Anfangs- und Endcoordinaten, dieser expliciten Zeit t und der Gröfsen c_ι und die Variation derselben ist zu bilden, indem man jetzt gleichzeitig alle diese Gröfsen variirt. Die unter Einschlufs der Zeit gebildete totale Variation wird daher

$$-\delta V = \Sigma p_\iota \delta q_\iota - \Sigma p_\iota^0 \delta q_\iota^0 - \int_0^t \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_\iota} \delta c_\iota dt - \frac{\partial V}{\partial t}\delta t$$

und es handelt sich darum, den letzten Term $\frac{\partial V}{\partial t}$ zu bestimmen.

Um diesen zu erhalten, beachte man, dafs bei der Differentiation nach t sich die in der Kräftefunction U enthaltenen Gröfsen c_ι nach den Voraussetzungen, die über diese Gröfsen gemacht worden sind, nicht ändern. Es folgt daraus, dafs

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \Sigma \frac{\partial V}{\partial q_\iota} \frac{dq_\iota}{dt}$$

und hieraus ergiebt sich sofort der gesuchte partielle Differentialquotient

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{dV}{dt} - \Sigma \frac{\partial V}{\partial q_\iota} \frac{dq_\iota}{dt} = U - T + \Sigma p_\iota q'_\iota .$$

Führt man jetzt diesen Werth in die obige Gleichung für δV ein, so kommt

$$-\delta V = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int\limits_0^t \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_i} \delta c_i dt$$

$$-(U - T + \Sigma p_i q'_i)\delta t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Diese allgemeine auf die Variation der Bewegung bezügliche Gleichung, welche den von Lipschitz gegebenen Gleichungen 7** und 7*a* S. 122 bis 123, sowie den übrigens die Differentialgleichungen noch mit enthaltenden Gleichungen [5] und [6] S. 19 von Schering entspricht, gilt, sobald eine Kräftefunction existirt, also auch dann, wenn Kräftefunction und Bedingungsgleichungen die Zeit explicite enthalten. Für den speciellen im Folgenden allein zur Behandlung kommenden Fall, wo die Zeit nicht mehr in Kräftefunction und Bedingungen explicite auftritt, nimmt sie eine etwas einfachere Gestalt an.

In diesem Falle gilt nämlich die Relation

$$T + U = E,$$

wenn E die Energie des Systemes bezeichnet. Addirt und subtrahirt man daher auf der rechten Seite der für $\frac{\partial V}{\partial t}$ geltenden Gleichung den Werth $2T$, so kommt

$$\frac{\partial V}{\partial t} = E + \Sigma p_i q_i - 2T.$$

Allein bei den festgesetzten Voraussetzungen wird die lebendige Kraft eine homogene Function zweiten Grades der Variabeln q'_i, also

$$2T = \Sigma \frac{\partial T}{\partial q'_i} q'_i = \Sigma p_i q'_i,$$

somit kommt einfach

$$\frac{\partial V}{\partial t} = E$$

und nach der Substitution in die obige Gleichung

$$-\delta V = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_i} \delta c_i dt - E\delta t \quad (4).$$

Diese an die Hamilton'sche [1]) Gleichung sich anschliefsende Form bildet den Ausgangspunkt für das Folgende. Bezeichnend für dieselbe ist dabei, dafs die ge-

1) *Phil. Trans.* 1834, 307.

wöhnlichen Bewegungsgleichungen von Lagrange nur *in* der Bewegung selber als erfüllt angesehen werden, nicht mehr dagegen während der Veränderung der Bewegung. Das System muſs also immer *in* der Bewegung ein abgeschlossenes seyn, das von Auſsen her keine Einwirkung erleidet, während der Variation der Bewegung muſs dagegen eine solche Einwirkung von Auſsen her stattfinden. Dabei kann nun die Energie des Systemes constant bleiben oder sich verändern, ob das eine oder das andere stattfindet, hat auf die Gültigkeit der Gl. (4) keinen Einfluſs. Diese Unabhängigkeit der Hamilton'schen Gleichung von der Art der Variation der Bewegung hat dieselbe Bedeutung wie die der Lagrange'schen Bewegungsgleichung von der Art der Variation der Configuration. Wenn also das Lagrange'sche Verfahren sich auf Systeme mit und ohne Bedingungen erstreckt, so dehnt sich die Hamilton'sche Gleichung (4) auf Systeme aus, die bei der Umänderung ihrer Bewegung die Energie constant erhalten oder auch solche von Auſsen aufnehmen.

§. 2.

Die symbolische Bewegungsgleichung Hamilton's spielt in der Behandlung der mechanischen Probleme eine ähnliche Rolle wie die symbolische Bewegungsgleichung von Lagrange, nur mit dem Unterschiede, daſs sie sich auf die Variation der Bewegung bezieht, während die letztere die Variation der Configuration in einer Bewegung betrifft. Wenn nun in dem Lagrange'schen Verfahren aus der Bewegungsgleichung eine Reihe von Principien hervorgehen, welche zum Theil die rein analytische Bedeutung von Integralen der Differentialgleichungen, zum Theil die wesentlich physikalische Bedeutung von allgemeinen für die Bewegung überhaupt geltenden Sätzen haben, so entspringt sofort die Frage, ob nicht ähnliche Principien der Hamilton'schen Gleichung sich anschlieſsen. Dieſs soll namentlich in Hinsicht auf den Satz der lebendigen Kraft, der in dem Lagrange'schen Verfahren

weitaus die gröfste Wichtigkeit angenommen hat, untersucht werden.

Es wird dazu die bereits angedeutete Voraussetzung gemacht, dafs in allen Bewegungen, die von jetzt ab untersucht worden, die Zeit weder in der Kräftefunction, noch in den Bedingungsgleichungen explicite vorkomme, so dafs die Hamilton'sche Gleichung die Form annimmt

$$-\delta V = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int_0^t \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_k} \delta c_k dt - E\delta t \quad (4).$$

Benutzt man nun die bekannte, schon von Euler angegebene und auch von Hamilton und Jacobi angewandte Substitution [1])

$$V = -W + Et,$$

woraus

$$\delta V = -\delta W + E\delta t + t\delta E,$$

so geht diese Bewegungsgleichung über in

$$\delta W = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int_0^t \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_k} \delta c_k dt + t\delta E \quad (5).$$

Hierin ist

$$W = -V + Et = \int_0^t (T - U) dt + (T + U) t$$

$$= \int_0^t (T - U) dt + \int_0^t (T + U) dt = \int_0^t 2T dt,$$

also nichts anderes als die unter dem Namen des Kraftaufwandes bekannte Gröfse. Sie ist als Function der Gröfsen q_i, q_i^0, E, c_k aufzufassen und die Zeit t, die beim Integrale in Gl. (5) noch übrig geblieben ist, durch die Gleichung

$$\frac{\partial W}{\partial E} = t$$

zu ersetzen, so dafs t und E in den Gleichungen (4) und (5) eine völlige analoge Stellung einnehmen, derart, dafs

1) Man vergleiche damit die allgemeinen Transformationen von Lipschitz und Schering.

immer die eine Gröfse die andere ersetzt. Vergleicht man nun die beiden Relationen (4) und (5), so kommt

$$-\left[\delta V - \Sigma \frac{\partial V}{\partial c_i}\delta c_i - \frac{\partial V}{\partial t}\delta t\right]$$

$$= \delta W - \Sigma \frac{\partial W}{\partial c_i}\delta c_i - \frac{\partial W}{\partial E}\delta E \quad . \quad (6).$$

In dieser Gleichung sind die Variationen noch völlig unbestimmt. Eines von den unendlich vielen Systemen von virtuellen Variationen wird nun unter den gemachten Voraussetzungen das System der Veränderungen seyn, welche bei der wirklichen Umänderuug der Bewegung während des Zeittheilchens dt eintreten. Bezogen auf diese wirklichen Variationen wird aber

$$\delta = \frac{d}{dt}\,dt$$

und das zweite und dritte Glied in Gl. (6) können je als eine in Bezug auf die Coordinaten explicite Aenderung nach t aufgefafst werden, die durch

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}\,dt\right]$$

ausgedrückt seyn mag. Dann kommt

$$\frac{d(V+W)}{dt} - \left[\frac{\partial(V+W)}{\partial t}\right] = 0 \quad . \quad . \quad (7)$$

und dies ist der gesuchte Satz: *Die Summe der Aenderungen der Grundfunction und des Kraftaufwandes, welche durch die Variation der Anfangs- und Endcoordinaten allein hervorgerufen sind, ist in der Veränderung jeder Bewegung, die eine Kräftefunction voraussetzt und die Zeit weder in dieser noch in den Bedingungen explicite enthält, gleich Null.*

Da die Variation der Bewegung nur der Bedingung unterworfen ist, dafs sie die Beschränkungen des Systemes nicht aufhebt, im Uebrigen aber, wie schon hervorgehoben wurde, sehr wohl unter Zufuhr von Energie geschehen darf, so ist der gewonnene Satz unabhängig von der speciellen Art desselben. In dieser Beziehung ist die Coordination zu dem Satz der lebendigen Kraft, welcher

die Zunahme der letzteren ebenfalls unabhängig von der Art der Variation der Configuration giebt, evident. Allein diese Unabhängigkeit bildet nur eine Seite in dem letzteren Satze; eine andere noch wesentlichere hat derselbe bekanntlich durch die Bemerkung angenommen, daſs die Kräftefunction (in obiger Darstellung) nichts anderes als die potentielle Energie des Systemes ist. In einer solchen neuen Richtung soll jetzt auch der neue Satz untersucht werden.

Die gesuchte Bedeutung der Grundfunction ergiebt sich leicht, wenn man die Kräfte, auf welche sich die gewöhnliche Theorie der Bewegung stützt, verläſst und an die Stelle derselben die momentanen Impulse einführt, welche in jedem Augenblicke die existirenden Geschwindigkeiten hervorzubringen im Stande sind. Daſs eine solche Betrachtungsweise mit der Hamilton'schen Theorie der Bewegung in wesentlichem Zusammenhange stehe, ist, so viel mir bekannt, noch nicht hervorgehoben, wenn auch neuerdings Thomson und Tait[1]) auf die Wichtigkeit dieses zweiten, dem ersten nicht nachstehenden Verfahrens aufmerksam gemacht und seine Theorie näher ausgebildet haben. In demselben sind die nach den allgemeinen Coordinaten gebildeten Componenten der momentanen Impulse, wenn die Componenten der Kräfte nach den rechtwinkligen Coordinaten genommen XYZ sind,

$$P_i = \int_0^t \Sigma\left(X\frac{\partial x}{\partial q_i} + Y\frac{\partial y}{\partial q_i} + Z\frac{\partial z}{\partial q_i}\right) dt.$$

Andererseits ist, wenn u und v die Geschwindigkeitscomponenten gebildet nach der Coordinate q_i vor und nach dem Impulse P_i bezeichnen, die von den Kräften während des Impulses gethane mechanische Arbeit

$$L = P_i \frac{u+v}{2}.$$

Wird nun ein System von μ Impulscomponenten P_i vorausgesetzt, welches die sämmtlichen Geschwindigkeiten q'_i von dem Ruhezustande des Systemes hervorbringt, so daſs

1) *Treatise on nat. phil.* 206 ff.

die Geschwindigkeiten vor denselben alle $=0$, die nach denselben aber jene q'_i sind, so wird die mechanische Arbeit, welche von den Kräften während der Impulse gethan wird,

$$L=\tfrac{1}{2}\Sigma P_i q'_i.$$

Allein es ist die äquivalente lebendige Kraft

$$T=\Sigma \tfrac{1}{2} p_i q'_i,$$

also

$$p_i = P_i$$

und

$$-\frac{\partial V}{\partial q_i}=P_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha),$$

d. h. die negativen nach den Coordinaten gebildeten partiellen Differentialquotienten der Grundfunction stellen die Componenten der momentanen Impulse dar, welche die jedesmaligen Geschwindigkeiten hervorzubringen im Stande sind.

Wird aus (α) der Werth von P_i in

$$2L=\Sigma P_i \frac{dq_i}{dt}$$

eingesetzt, so kommt weiter

$$2L=-\Sigma \frac{\partial V}{\partial q_i}\frac{dq_i}{dt}$$

und

$$-\Sigma \frac{\partial V}{\partial q_i} dq_i = 2L\,dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\beta)$$

d. h. das negative nach sämmtlichen Coordinaten gebildete partielle Differential der Grundfunction stellt das Product aus dem Zeitelement dt in die doppelte mechanische Arbeit dar, welche bei den die wirklichen Geschwindigkeiten q'_i vom Ruhezustande aus hervorbringenden Impulsen gethan wird.

Führt man endlich aus (β) den Werth dieses partiellen Differentiales in die Gleichung

$$dV=\Sigma \frac{\partial V}{\partial q_i} dq_i + E\,dt$$

ein, so kommt

$$dV=-2L\,dt+E\,dt$$

und hieraus

$$V = \int_0^t (E - 2L)\,dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\gamma)$$

eine Relation, welche sich auch sofort aus der früheren Definitionsgleichung von V unter Benutzung des Satzes der Energie ergiebt, von Hamilton geradezu als Definition der Function V benutzt worden ist und die eigentliche mechanische Bedeutung derGrundfunction ausdrückt.

Da nun in (γ) die Grundfunction analog der früheren Gröfse W gebildet erscheint, so wird es passend seyn, diefs auch durch eine gleichmäfsige Bezeichnung anzudeuten und in dieser Bezeichnung dürften sich die Namen potentielle und kinetische Action für V und W empfehlen. Setzt man noch

$$A = V + W = Et$$

und nennt dies die Action des Systemes schlechthin, so geht die Gl. (7) über in

$$\frac{dA}{dt} - \left[\frac{\partial A}{\partial t}\right] = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und der Satz lautet: *Die durch die Variation der Anfangs- und Endcoordinaten allein bedingte Aenderung der Action verschwindet bei der Umänderung jeder Bewegung, welche eine Kräftefunction voraussetzt und die Zeit weder in dieser, noch in den Beschränkungen explicite enthält.* In dieser Form kann er als das Princip der Action bezeichnet werden.

Hierbei sind potentielle und kinetische Action Gröfsen, welche die gegebene Bewegung in ähnlicher Weise charakterisiren, wie die potentielle und kinetische Energie die entsprechende Configuration. Denkt man sich die ganze Reihe stetig geänderter Bewegungen durchlaufen, so werden sich dieselben im Allgemeinen durch verschiedene Werthe dieser Gröfsen unterscheiden. In dem Maafse nun, als durch die reine Aenderung der Coordinaten die eine abnimmt, nimmt die andere durch dieselbe Aenderung zu, so dafs in dieser neuen Hinsicht völlige Uebereinstimmung mit dem Satz der Energie besteht.

In Bezug auf die Beschränkungen, unter denen der Satz der Action gewonnen wurde, ist zu bemerken, dafs die Bildung von $\int_0^t 2\,T\,dt$ wie die von T auch ohne eine Kräftefunction möglich bleibt. Die Frage nun, was aus dem Satz der Action in diesen Fällen wird, wo keine Kräftefunction und in Folge dessen auch keine Grundfunction existirt, giebt zugleich Gelegenheit, die Stellung desselben zu einer anderen bekannten Gleichung der Mechanik hervorzuheben, welche sich auf die oben angeführten momentanen Impulse bezieht.

Sind nämlich, nach den rechtwinkligen Coordinatenaxen gebildet, die Componenten der Impulse $\Xi H Z$ und die Geschwindigkeitscomponenten, welche durch dieselben hervorgebracht sind, $x' y' z'$, so ist die Bewegungsgleichung

$$\Sigma[(\Xi - mx')\,\delta x + (H - my')\,\delta y + (Z - mz')\,\delta z] = 0.$$

Werden nun als System der virtuellen Variationen die wirklich eintretenden Aenderungen der Coordinaten eingeführt, so folgt

$$\Sigma(\Xi x' + Hy' + Zz')\,dt = \Sigma m(x'^2 + y'^2 + z'^2)\,dt = 2\,T\,dt.$$

Ueber die gegebene Bewegung integrirt, kommt

$$\int_0^t \Sigma(\Xi x' + Hy' + Zz')\,dt = \int_0^t 2\,T\,dt$$

und durch Variation folgt hieraus

$$\delta\int_0^t \Sigma(\Xi x' + Hy' + Zz')\,dt = \delta\int_0^t 2\,T\,dt \qquad (9).$$

Diefs ist die Gleichung, welche in dem angenommenen allgemeinen Falle an die Stelle der Gleichung der Action tritt; ihre Glieder haben eine ähnliche mechanische Bedeutung, wie die der letzteren. Die Summe der linken Seite ist nämlich nichts anderes, als die doppelte mechanische Arbeit, welche die sämmtlichen einen Impuls bil-

denden Kräfte während desselben thun, die Gleichung geht also sofort über in

$$\delta\int_0^t 2L\,dt = \delta\int_0^t 2T\,dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und in diese Form kann auch leicht der Satz der Action gebracht werden. Denn nach (γ) ist

$$-\delta V + E\delta t + t\delta E = \delta\int_0^t 2L\,dt,$$

was, in seine Gleichung eingesetzt, sofort die Form (10) liefert. Der Unterschied beider Fälle besteht nur darin, daſs im Falle einer Kräftefunction die Glieder der Gleichung Functionen der Coordinaten sind, im anderen Falle nicht, Verhältnisse, wie sie analog beim Satz der Energie ebenfalls auftreten.

§. 3.

Um das gefundene Princip, welches für die Bewegungsveränderungen aller Systeme, die den oft hervorgehobenen Bedingungen genügen, eine charakteristische Eigenschaft darstellt, zu erläutern, mag zunächst ein einfaches Beispiel, für welches sich der Satz leicht direct verificiren läſst, discutirt werden. Ich wähle dazu die Pendelbewegung, die in der Vertikalebene der xy um die vertikal nach unten zielende Axe der positiven y in unendlich kleinen Amplituden vor sich geht und gebe die Bestimmung der beiden Functionen V und W nach bekannten Methoden [1]).

Wird die Pendellänge mit l und die jedesmalige Elongation mit ϑ bezeichnet, so daſs

$$x = l\sin\vartheta,\ y = l\cos\vartheta,$$

so wird die Energie E durch die Gröſsen p_i und q_i ausgedrückt

$$E = \tfrac{1}{2}\frac{p^2}{l^2} - g\,l\cos\vartheta,$$

1) Man vergleiche die Beispiele von Hamilton und Jacobi.

wobei $p = \frac{\partial T}{\partial \vartheta'}$. Die Differentialgleichungen der Bewegung sind hiernach unter Beachtung der unendlich kleinen Amplitude

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{p}{l^2}$$

$$\frac{dp}{dt} = -gl\vartheta$$

und die beiden Integralgleichungen

$$\vartheta = \vartheta_0 \cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t + \frac{p_0}{l\sqrt{gl}} \sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,t$$

$$p = p_0 \cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t - \vartheta_0 l \sqrt{gl} \sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,t,$$

wobei ϑ_0 und p_0 die Werthe von ϑ und p für $t = 0$ bezeichnen.

Werden nun diese Werthe in den Ausdruck für die lebendige Kraft

$$T = \tfrac{1}{2}\frac{p^2}{l^2}$$

eingeführt und die Quadrate und Producte der trigonometrischen Functionen durch die Functionen der doppelten Variabeln ersetzt, so kommt

$$T = \frac{p_0^2}{4l^2} + \frac{\vartheta_0^2 gl}{4} + \left[\frac{p_0^2}{4l^2} - \frac{\vartheta_0^2 gl}{4}\right]\cos 2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t$$
$$- \frac{p_0\vartheta_0}{2}\sqrt{\frac{g}{l}}\sin 2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t.$$

Werden die nämlichen Werthe auch in die Kräftefunction

$$U = -gl\left(1 - \frac{\vartheta^2}{2}\right)$$

eingeführt, so ergiebt sich nach ähnlicher Reduction

$$U = -gl + \frac{\vartheta_0^2 gl}{4} + \frac{p_0^2}{4l^2} + \left[\frac{\vartheta_0^2 gl}{4} - \frac{p_0^2}{4l^2}\right]\cos 2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t$$
$$+ \frac{p_0\vartheta_0}{2}\sqrt{\frac{g}{l}}\sin 2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t.$$

Und setzt man endlich diese beiden Werthe in die Grundfunction

$$-V = \int_0^t (T - U)\,dt$$

ein, so erhält man

$$-V = g\,l\,t + \left[\frac{p_0^2}{4\,l\sqrt{g\,l}} - \frac{\vartheta_0^2\,l\sqrt{g\,l}}{4}\right]\sin 2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t$$

$$+ \frac{p_0\,\vartheta_0}{2}\left(\cos 2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t - 1\right)$$

oder, wenn man mit Hülfe der ersten der Integralgleichungen

$$p_0 = \frac{l\sqrt{g\,l}(\vartheta - \vartheta_0)\cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,t}$$

setzt und schliefslich in die trigonometrischen Functionen wieder die einfachen Variabeln einführt

$$-V = g\,l\,t + \tfrac{1}{2}(\vartheta^2 + \vartheta_0^2)\,l\sqrt{g\,l}\,\mathrm{cotg}\sqrt{\frac{g}{l}}\,t - \frac{\vartheta\,\vartheta_0\,l\sqrt{g\,l}}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,t} \quad (11).$$

Auf die nämlichen Variabeln l und ϑ bezogen hat man anderseits

$$\frac{\partial T}{\partial \vartheta'} = l^2\,\vartheta'$$

$$\vartheta' = \frac{1}{l^2}\frac{d\,W}{d\,\vartheta}$$

$$T = \frac{1}{2\,l^2}\left(\frac{d\,W}{d\,\vartheta}\right)^2.$$

Wird dies nebst dem Werthe von U in die bekannte für A geltende Differentialgleichung

$$T = -U + E$$

eingesetzt, so kommt

$$\frac{1}{2\,l^2}\left(\frac{d\,W}{d\,\vartheta}\right)^2 = g\,l\left(1 - \frac{\vartheta^2}{2}\right) + E$$

und hieraus das Integral

$$W = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} \sqrt{2\,g\,l^3 + 2\,l^2\,E - g\,l^3\,\vartheta^2}\;d\,\vartheta \quad . \quad (12).$$

Bildet man jetzt aus (11) und (12) die Differentialquotienten

$$-\frac{\partial V}{\partial \vartheta} = \frac{\vartheta l\sqrt{gl}}{\operatorname{tg}\sqrt{\frac{g}{l}}\,t} - \frac{\vartheta_0 l\sqrt{gl}}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,t} \qquad -\frac{\partial V}{\partial \vartheta_0} = \frac{\vartheta_0 l\sqrt{gl}}{\operatorname{tg}\sqrt{\frac{g}{l}}\,t} - \frac{\vartheta l\sqrt{gl}}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,t}$$

$$\frac{dW}{d\vartheta} = \sqrt{2gl^3 + 2l^2E - gl^3\vartheta^2} \qquad \frac{dW}{d\vartheta_0} = -\sqrt{2gl^3 + 2l^2E - gl^3\vartheta_0^2}$$

und führt dieselben in die Gleichung der Action ein, so kommt

$$l\sqrt{gl}\left(\vartheta\frac{d\vartheta}{dt} + \vartheta_0\frac{d\vartheta_0}{dt}\right)\frac{\cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t - 1}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,t} = \sqrt{2gl^3 + 2l^2E - gl^3\vartheta^2}\,\frac{d\vartheta}{dt}$$

$$-\sqrt{2gl^3 + 2l^2E - gl^3\vartheta_0^2}\,\frac{d\vartheta_0}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

In der That läſst sich leicht zeigen, daſs die einzelnen Derivirten beziehlich p und p_0 sind. Denn eliminirt man z. B. aus der zweiten der Integralgleichungen die Gröſse p_0 mit Hülfe der ersten, so kommt sofort

$$p = \frac{\vartheta l\sqrt{gl}}{\operatorname{tg}\sqrt{\frac{g}{l}}\,t} - \frac{\vartheta_0 l\sqrt{gl}}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,t} = -\frac{\partial V}{\partial \vartheta}.$$

Und setzt man andererseits diesen Werth von p in den Ausdruck der Energie, so geht derselbe über in

$$E = \frac{gl^3\vartheta^2\cos^2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t - 2gl^3\vartheta\vartheta_0\cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t + gl^3\vartheta_0^2}{2l^3\sin^2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t} - gl\left(1 - \frac{\vartheta^2}{2}\right)$$

und daher wird

$$\frac{\partial W}{\partial \vartheta} = \sqrt{\frac{gl^3\vartheta^2\cos^2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t - 2gl^3\vartheta\vartheta_0\cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t + gl^3\vartheta_0^2}{\sin^2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t}} = p.$$

Von den Anwendungen des Satzes der Action auf die physikalischen Probleme soll hier die angeführt werden,

welche man von demselben in der mechanischen Wärmetheorie machen kann. Fafst man die Wärme als Molecularbewegung auf, so führt die Anwendung des Satzes der Energie auf dieselbe sofort zu dem ersten Hauptsatze dieser Disciplin. Dem entsprechend wird nun untersucht, was unter der nämlichen Voraussetzung aus dem Satz der Action hervorgeht. Jene Molekularbewegungen sind stationäre Bewegungen eines Punktsystemes und der einfachste Fall solcher Bewegungen ist offenbar der, bei welchem sich alle Punkte in geschlossener Bahn und mit einer allen gemeinsamen Umlaufszeit bewegen. Dies soll zunächst vorausgesetzt seyn.

Da für geschlossene Bahnen die beiden Gränzen des die Action bildenden Integrales zusammenfallen, wenn dasselbe über einen ganzen Umlauf erstreckt wird, so kommt

$$\Sigma \frac{\partial W}{\partial q_i}\,\frac{dq_i}{dt} - \Sigma \frac{\partial W}{\partial q_i^0}\,\frac{dq_i^0}{dt} = \frac{dW}{dt} - \left[\frac{\partial W}{\partial t}\right] = 0$$

und die Gleichung des Satzes der Action geht daher über in

$$-\frac{dV}{dt} + \left[\frac{\partial V}{\partial t}\right] = 0$$

oder explicite geschrieben

$$-dV + \Sigma \frac{\partial V}{\partial c_i}\,dc_i + E\,dt = 0.$$

Nennt man nun den Mittelwerth der lebendigen Kraft und der Kräftefunction für einen Umlauf beziehlich $\overline{T}$ und $\overline{U}$, so kommt

$$-V = \int_0^t (T - U)\,dt = t(\overline{T} - \overline{U})$$

$$-dV = t\,d\overline{T} - t\,d\overline{U} + \overline{T}\,dt - \overline{U}\,dt,$$

$$\Sigma \frac{\partial V}{\partial c_i}\,dc_i = \int_0^t \left[\Sigma \frac{\partial U}{\partial c_i}\,dc_i\right] dt = t\,\Sigma \frac{\partial \overline{U}}{\partial c_i}\,d\,c_i$$

$$E = \overline{T} + \overline{U}$$

und setzt man diese Werthe in die obige Gleichung ein, so erhält man

$$t\,d\overline{T} - t\,d\overline{U} + 2\overline{T}dt + t\Sigma\frac{\partial\overline{U}}{\partial c_i}dc_i = 0,$$

woraus

$$d\overline{U} - \Sigma\frac{\partial\overline{U}}{\partial c_i}dc_i = d\overline{T} + 2\overline{T}d\log t \quad . \quad . \quad (14),$$

eine bekannte, schon von Clausius[1]) für solche Bewegungen aufgestellte Gleichung.

Wendet man nun diese oder verwandte Gleichungen auf die als Wärme bezeichnete Molekularbewegung an und benutzt dabei die Hypothese, daſs die Temperatur proportional der lebendigen Kraft der Bewegung ist, so gelangt man, wie Boltzmann, Clausius und Ledieu gezeigt haben, leicht zum zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. Im Allgemeinen wird aber die Bewegung der Moleküle eines Körpers nicht in geschlossenen Bahnen geschehen; bei den Flüssigkeiten ist man z. B. nicht einmal berechtigt, eine mittlere feste Lage derselben anzunehmen und bei den festen Körpern, wo eine solche Voraussetzung zwar nothwendig ist, wird doch die wirkliche Bewegung sich nach allen Dimensionen vertheilen. Für solche Fälle hat nun Clausius neuerdings auf eine zweite analoge Gleichung aufmerksam gemacht, welche die Voraussetzung geschlossener Bahnen mit einer anderen vertauscht. Hier soll eine directere Ableitung des zweiten Hauptsatzes aus dem Satz der Action gegeben werden.

Die Voraussetzungen, welche über das den Körper darstellende Punktsystem gemacht werden, sind einfach die, daſs die Bewegung eine stationäre sey und daſs sie durch Mittheilung einer elementaren Wärmemenge unendlich wenig geändert werde. Es wird die auf die genannte Variation bezügliche Gröſse

$$\Sigma p_i\frac{dq_i}{dt} - \Sigma p_i^0\frac{dq_i^0}{dt}$$

untersucht. Da unendlich kleine Aenderungen der Geschwindigkeiten in dem Zeittheilchen *dt* nur unendlich

1) Pogg. Annal. Bd. 142, S. 433.

kleine Wegeänderungen zweiter Ordnung hervorbringen, so wird

$$\Sigma p_i^0 \frac{dq_i^0}{dt} = \Sigma p_i^0 q_i'^0.$$

Ferner läfst sich das System der Variationen $\frac{dq_i}{dt}dt$ in zwei Systeme zerspalten. Das erste seyen die Wege $q_i dt$, welche in der ursprünglichen Bewegung während des Zeitelements dt von den Punkten q_i aus stattfinden. Dieser Theil liefert die Summe

$$\Sigma p_i q'_i = \Sigma p_i^0 q_i'^0.$$

Das zweite Theilsystem seyen die Wege $\varepsilon_i dt$, welche von den genannten letzten Lagen in der ursprünglichen Bewegung zu den Endlagen in der variirten Bewegung führen. In demselben kommen unter den gemachten Voraussetzungen auf jeden Werth p ebenso viel positive als negative ε; dieser Theil liefert daher die Summe

$$\Sigma p_i \varepsilon_i = 0.$$

Hiernach wird für die unendlich kleine Variation, welche in der stationären Bewegung des Punktsystemes durch eine unendlich kleine Wärmemenge bedingt ist

$$\Sigma p_i \frac{dq_i}{dt} - \Sigma p_i^0 \frac{dq_i^0}{dt} = 0.$$

Unter Einführung der Function V wird also

$$\frac{dV}{dt} - \left[\frac{\partial V}{\partial t}\right] = 0$$

und die Gleichung der Action läfst sich schreiben

$$\frac{dW}{dt} - \Sigma \frac{\partial W}{\partial c_i} dc_i - t\delta E = 0.$$

Allein da

$$W = \int_0^t 2T dt = 2t\overline{T},$$

$$dW = 2t d\overline{T} + 2\overline{T} dt,$$

$$\Sigma \frac{\partial W}{\partial c_i} dc_i = -t\Sigma \frac{\partial \overline{U}}{\partial c_i} dc_i,$$

so kommt

$$2t d\overline{T} + 2\overline{T} dt + t\Sigma \frac{\partial \overline{U}}{\partial c_i} dc_i - t dE = 0$$

und hieraus

$$dE - \Sigma \frac{\partial \overline{U}}{\partial c_i} dc_i = 2 d\overline{T} + 2\overline{T} d\log t$$

oder

$$dE - \Sigma \frac{\partial \overline{U}}{\partial c_i} dc_i = 2\overline{T} d\log(t\overline{T}) \quad . \quad . \quad (15).$$

Diese Gleichung, die für den speciellen Fall, wo keine c_i vorhanden, wo die Bahnen geschlossen und wo die Umlaufszeiten für alle Punkte dieselben sind, schon von Szily [1]) gegeben wurde, führt nun unmittelbar zu dem zweiten Hauptsatz der Wärmelehre. Dazu beachte man zuerst, dafs die linke Seite derselben nichts anderes als die Energie, welche dem Körper bei der Umänderung seiner molekularen Bewegung von Aufsen als Wärme mitgetheilt wird, also in der gewöhnlichen Bezeichnung der Wärmelehre $\frac{g}{A} dQ$ ist. Benutzt man dann weiter die Annahme, dafs $\overline{T}$ proportional der absoluten Temperatur Θ ist, so kommt sofort

$$\frac{dQ}{\Theta} = dS \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16),$$

unter dS ein vollständiges Differential verstanden.

Hiermit ist der zweite Hauptsatz in ähnlicher Weise wie der erste aus einem allgemeinen mechanischen Principe abgeleitet. Allein die obige Darstellung läfst für die beiden Sätze nicht nur diese conforme Stellung, sondern auch einen gemeinsamen Ursprung erkennen. Die Entwickelung der Variation des Hamilton'schen Integrales hat das Eigenthümliche, dafs sie gleichzeitig auf die Differentialgleichungen und die Integralgleichungen der mechanischen Probleme führt. Diese merkwürdige Thatsache giebt den Principien der Energie und Action einen gemeinsamen Ursprung in der allgemeinen Bewegungsgleichung und damit wird die letztere auch das verknüpfende Band für die beiden Sätze der Wärmetheorie.

Zürich im April 1874.

1) Pogg. Annal. Bd. 145, S. 295.

VI. *Ueber die bisherigen und einen neuen Thermostaten;* *von H. Laspeyres in Aachen.*

Der Chemiker, Physiker und mit diesen der Mineraloge bei seinen physikalischen und chemischen Untersuchungen der Mineralien sehen sich bekanntlich sehr häufig in die Nothwendigkeit und Verlegenheit versetzt, Substanzen oder Apparate bis auf eine ganz eng bestimmte Temperatur zu erhitzen und ganz genau bei derselben längere oder kürzere Zeit zu erhalten.

Sie suchen dieses dadurch zu erreichen, dafs sie einem s. g. Bade von Luft, Wasser, Salzlösungen, Säuren, Oel, Paraffin, Glycerin[1]), Quecksilber oder dergleichen je nach der Temperatur und Beschaffenheit der zu erwärmenden Körper vorsichtig und gleichmäfsig diese Temperatur zu geben und zu erhalten sich bemühen mit Aufwand unsäglicher Geduld und Zeit, aber ohne jemals ihren Zweck in gewünschtem Grade zu erreichen.

Die Luftbäder, für alle Temperaturgrade allerdings geeignet, leiden am meisten an der schlechten Leitung der Wärme, die Wasserbäder sind nur bis 100° anwendbar, diejenigen mit Salzlösungen werden durch Abscheiden von Salzen an den Wänden der Gefäfse und Apparate oder durch Nachfüllen der Lösungsmittel oder durch ihre chemischen Einwirkungen auf die Gefäfse, wie die Säurebäder, unbequem oder unbrauchbar. Die Bäder mit Säuren, Oelen, Fetten sind für die Arbeiter und Arbeiten lästig durch die dicken, stinkenden oder zerstörenden Dämpfe, welche sich schon oft bei nicht hohen Temperaturen entwickeln.

Alle diese Bäder bedürfen aufserdem noch wegen der geringen Wärmeleitung ihrer Füllungen und wegen des

1) E. Reynolds, Zeitschr. f. analyt. Chem. 1862, I. 213; *Chem. News.* 1861. 319. No. 106.

aufsteigenden Hitzestromes von der durch die Flamme berührten Stelle des Gefäfses einer hinderlichen und oft nicht zu ermöglichenden Rühr- oder irgend einer anderen Vorrichtung, um die Wärmedifferenzen an den verschiedenen Stellen des Bades auszugleichen. Durch diese Vorrichtungen wachsen nicht nur die Gröfse des Bades, sondern mit dieser auch die Wärmedifferenzen in demselben und die Schwierigkeit einer höheren Erwärmung. Deshalb empfiehlt E. Kopp [1]) zu solchen Erhitzungen das Quecksilberbad wegen seiner guten Wärmeleitung. Da sich aber schon unter 100° das Quecksilber stärker verflüchtigt, und mit steigender Temperatur immer mehr, dürften diese Bäder zwar für die Arbeit, aber nicht für den Arbeiter empfehlenswerth seyn, wenn die Arbeit lange Zeit in kleinen, nicht gut ventilirten Räumen ausgeführt wird. Letzteres ist immer der Fall, denn in zugigen Räumen, etwa unter Rauchfängen, bei offenen Fenstern usw. kann man constante Temperaturen niemals zu erreichen erwarten.

Die Erwärmung der Bäder erfolgt jetzt wohl kaum noch anders als mit der Gasflamme eines Bunsen'schen Brenners, welche man aus freier Hand oder mit Hülfe von mehr oder weniger selbstthätigen Apparaten, s. g. Wärmeregulatoren, so zu reguliren sucht, dafs die nöthige Temperatur langsam erzielt und lange erhalten wird.

Das Ziel, dem Bade auf diese Weise eine *constante* Temperatur auf *lange* Zeit zu geben, d. h. die Darstellung eines Thermostat, erreicht man niemals, wie Jeder weifs, welcher sich mit solchen Bemühungen abgequält und damit seine Zeit verloren hat. Denn es gehören zu viele Bedingungen zur Erreichung solches Thermostat, von welchen man einige gar nicht, andere nur schwer erfüllen kann.

Wenn ein solches Bad:

1) in seinem Wärme-Ausstrahlungs- und Leitungs-Vermögen durch Gleichbleiben der chemischen und physikalischen Beschaffenheit der Wände,

1) Bericht d. deutsch. chem. Ges. V. 1872, S. 645; Zeitschr. f. analyt. Chem. 1873. XII. 210.

2) durch Unveränderlichkeit in der Quantität und Qualität der Füllung sich für längere Zeiträume gleich bliebe, wenn es

3) in einem Raume mit constanter Temperatur, also etwa in einem tiefen, gewölbten Keller, welcher so grofs wäre, dafs die Wärmequelle des Bades den Raum selber nicht erwärme, sich befände; wenn schliefslich das Gas

4) innerhalb gleicher Zeiten in gleichen Mengen und

5) von derselben chemischen Zusammensetzung, mithin von derselben Heizkraft

behufs der Erwärmung des Bades aus demselben Brenner zum Verbrennen käme, so würde man für alle Temperaturen durch Aenderung der Gasmenge (4) einen Thermostat haben.

Die Gasmenge ist bei gleicher Zusammensetzung (5) und gleicher Temperatur (3) ein Product von Ausströmungsöffnung und Geschwindigkeit und diese letztere wieder eine Function des Gasdruckes. Die Bedingung (4) zerfällt also in die zwei Bedingungen: gleiche Austrittsöffnung (4*a*) und gleicher Gasdruck (4*b*) oder gleiche Beziehungen zwischen beiden d. h. reciproke Vergröfserung der Austrittsöffnung bei vermindertem Drucke und umgekehrt.

Bei allen bisherigen s. g. Thermostaten nach diesem Principe sind die Bedingungen unter 1, 2 und 3 vom geringsten Einflusse auf die Unbeständigkeit der Badetemperatur und in den meisten Fällen deshalb annähernd genug erfüllt. Von wesentlichem Belange, aber, so lange man das Gas der Gasanstalten benutzt, nicht zu erzielen, ist die Erfüllung der fünften Bedingung. Die bisherige Wärmeregulirung an diesen Thermostaten hat sich deshalb stets nur mit der Erfüllung der vierten Bedingung bemüht. Hierbei ist nun die Gröfse der Ausströmungsöffnung (4*a*) in jeder gewünschten Genauigkeit zu verändern möglich. Allein am Gasdrucke (4*b*) ist, so lange man das Gasometer und Röhrensystem der Gasanstalten

benutzt, nichts zu reguliren. Wie unregelmäſsig der Gasdruck jeder Anstalt nicht nur zu den verschiedenen Tagesstunden im Groſsen, sondern auch von Minute zu Minute im Kleinen ist, weiſs Jeder.

Alle Wärmeregulatoren gehen deshalb nur darauf aus — und können auch gar nicht anders —, das richtige reciproke Verhältniſs zwischen Austrittsöffnung und Gasdruck durch Regulirung der Ersteren beim Wechsel des Letzteren so herzustellen und zu erhalten, daſs in gleichen Zeiten gleiche Gasvolumina zur Verbrennung kommen.

Daſs diese Bemühungen ohne gewünschten Erfolg bleiben, selbst wenn der Arbeiter seine ganze Zeit und Aufmerksamkeit denselben zuwendet, läſst sich bei dem so wechselnden Gasdrucke und den nicht einfachen Beziehungen zwischen Gasdruck und Volum bei ungleicher Austrittsöffnung von vornherein übersehen und geht auch schon aus dem Umstande hervor, daſs eine groſse Anzahl von Wärmeregulatoren in den letzten Jahren in Vorschlag gekommen ist meist mit der Angabe, daſs die bisherigen ihren Zweck nicht erfüllten.

Dieser Umstand beweist auch zugleich, ein wie groſses Bedürfniſs ein wirklicher Thermostat den Chemikern und Physikern ist.

Auſser dem bekanntesten und am meisten angewendeten Wärmeregulator von Bunsen und Kemp, welcher deshalb vielfach [1]) abgebildet und beschrieben sich findet, sind seit 1855 folgende in Vorschlag und Benutzung gebracht worden:

1855. K. v. Hauer, über einen vom Mechaniker S. Markus construirten Apparat zur Erzielung gleichförmiger Temperaturen mittelst einer Gaslampe.
Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanstalt 1855. 64 ff. mit Bild.
Dingler polytechn. Journ. 1855. CXXXVIII, 196 ff. mit Bild.

1866. J. Maistre, *thermomètre électrique ou régulateur de température. Les Mondes rev. hebd. etc.* (2) *XIV.* 203. — (2) *I.* 271 ff.
Fortschr. d. Phys. 1866. XXII. 279. — 1867. XXIII, 396.

---

1) Desaga, Preisverzeichniſs d. Bunsen'schen Apparate usw. Heidelberg 1873. S. 64.

Giroud, *températures constantes.*
Les Mondes rev. hebd. etc. (2) *I.* 475.
Fortschr. d. Phys. 1866. XXII. 279.

1867. **Scheibler**, elektrischer Temperaturregulator für Luftbäder zur Erzielung constanter Temperaturen.
Zeitschr. d. Vereins f. Rübenzuckerindust., durch deutsch. illust. Gewerbezeit. 1867. 283.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1868. VII. 88 ff. mit Bild.
Zeitschr. f. Chem. 1867. 701 mit Bild.
Will, Jahresbericht usw. 1867. 885.
Fortschr. d. Phys. 1867. XXIII. 396.

O. **Zabel**, über einen elektrischen Temperaturregulator für chemische Laboratorien.
Dingler polyt. Journ. CL. XXXVI. 1867. 202 ff. mit Bild.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1868. VII. 239 ff. desgl.
Strecker, Jahresbericht usw. 1868. 903.
Fortschr. d. Phys. 1867. XXIII. 397.

1868 Fred. **Guthrie**, *description of a new thermostat.*
The philosoph. Magazine etc. 1868. *XXXVI.* 30 *ff.* mit Bild.
Strecker Jahresbericht usw. 1868. 78.

Hirsch, der **Hipp**'sche Wärmeregulator zur Erzielung constanter Temperatur in geschlossenen Räumen.
Carl, Repert. f. Exper.-Phys. 1868. IV. 201 ff. mit Bild.
Dingler polyt. Journ. 1869. CXCI. 366 ff. desgl.
Chem. Centralblatt 1869. 959.
Fortschr. d. Phys. 1869. XXV. 487. — 1868. *XXIV.* 405.

1870. **Schlösing**, *régulateur du chauffage par le gaz à l'usage des laboratoires.*
Ann. de chim. et de phys. 1870. *XIX.* 205 ff. mit Bild.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1870. IX 477 ff. desgl.

Th. **Schorer**, verbesserter **Bunsen**'scher Regulator zur Erzielung constanter Temperaturen mittelst Leuchtgas.
Zeitschr. f. analyt. Chemie 1870. IX. 213 mit Bild.

1871. Ferd. **Springmühl**, elektrische Regulatoren für Druck und Temperaturen.
Dingler polyt. Journ. 1871. CCII. 242 ff. mit Bild.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1872. XI. 431.

1872. E. **Reichert**, ein einfacher Thermo-Regulator.
Poggendorff's Ann. 1872. CXLIV. 467 ff. mit Bild.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1872. XI. 34.

Jeannel, *régulateur thermostatique à gaz.*
Ann. de chim. et de phys. 1872. *XXV.* 386 ff. mit Bild.

Dingler, polyt. Journ. 1872. CCIV. 460 ff. desgl.
Chem. Centr. Blatt 1872. 497.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1872. XI. 192.

J. Martenson, Temperaturregulator für Gas- und Spiritusflammen.
Chem. Centralbl. 1872. 513 ff.
Journ. of the chem. soc. 1873. 471.
Pharm. Zeitsch. f. Rufsl. XI. 136.

Jac. Myers, üb. d. Reguliren von Gasflammen für Temperaturen höher als der Siedepunkt d. Quecksilbers.
Berichte d. deutsch. chem. Ges. 1872. V. 859. 1873. VI. 11.
Chem. Centralbl. 1872. 785.
Journ. of the chem. soc. 1873. 129.

1873. Weinhold, Gasdruckregulatoren.
Programm d. K. sächs. Gewerbeschule usw. zu Chemnitz S. 18 mit Bild.

Alle diese Regulatoren bezwecken nach einer Regulirung der Gasausströmungsöffnung für die verlangte Temperatur und den vorhandenen Gasdruck von Seiten des Arbeiters eine selbstthätige Correction dieser Regulirung, wenn der Gasdruck und weithin die Temperatur des Bades zu steigen oder zu sinken beginnt, durch mechanische Verengung und Erweiterung der Ausströmungsöffnung.

Die Apparate von v. Hauer und Weinhold benutzen die Vermehrung des Gasdruckes zum Verkleinern und die Verminderung desselben zum Vergröfsern der Ausströmungsöffnung. Die anderen Apparate benutzen die Ausdehnung und Zusammenziehung fester, flüssiger oder gasförmiger, im Bade befindlicher Körper durch die Wärme des Bades, um mit einer mechanischen oder elektrischen Vorrichtung die Ausströmungsöffnung zu reguliren, und unterscheiden sich in ihrer Construction und Anordnung mehr oder weniger von einander und von dem Bunsen-Kemp'schen Regulator.

Bei einer schon im Vorjahre in Angriff genommenen gröfseren Beobachtungsreihe über den Austritt von Wasser aus Mineralien beim Erhitzen kommt es mir, wenn ich ermittelt habe, bei welcher Temperatur das Wasser aus-

tritt, darauf an, zu ermitteln, wie viel Wasser bei dieser Temperatur austritt.

Da nun selbst beim allerfeinsten Pulver diese Dissociation sehr langsam von Molekül zu Molekül fortschreitet und oft erst nach vielen Stunden durch die ganze Masse als beendet sich erweist, kam ich bei diesen Untersuchungen in die mifsliche Nothwendigkeit, stundenlang mehrere Tage hintereinander die Substanz einer höheren constanten Temperatur aussetzen zu müssen. Dabei trat ich der Frage über die Möglichkeit der Construction eines Thermostat gegenüber und näher und überzeugte mich von der Unmöglichkeit, auf dem bisherigen Wege mit Sicherheit eine auf viele Stunden constante Temperatur zu erzielen, selbst wenn man die Apparate unausgesetzt unter Augen hat und controlirt, wobei man entsetzliche Zeitverluste erleidet.

Ehe ich meine Untersuchungen fortsetzen konnte, mufste ich deshalb prüfen, ob auf anderem Wege ein Thermostat zu beschaffen möglich sey, welcher, einmal auf eine bestimmte Temperatur genau regulirt, ohne jede Schwankung derselben, ohne Nachhülfe und Controle so lange weiter functionire, als man wolle.

Meine Bemühungen sind von gutem Erfolge gewesen. Ich habe einen Thermostat erhalten, welcher so einfach, zuverlässig und bequem ist, dafs er für alle chemischen Untersuchungen unter 325° nichts zu wünschen läfst und für physikalischen Gebrauch allen gerechten Anforderungen genügen dürfte, wenigstens allen bisherigen sog. Thermostaten weit überlegen ist. Er gestattet nämlich, so lange nur eine beliebige, aber Hitze genug gebende Flamme unter ihm brennt, die wochenlange Innehaltung jeder Temperatur zwischen + 35° und 325°, also fast soweit, als überhaupt genaue Temperaturbestimmungen mittelst eines Quecksilberthermometers möglich sind und soweit deshalb in den meisten Fällen Temperaturgrade verlangt werden. Ohne dafs man ein Auge auf den Apparat zu wenden hat, sind die Temperaturschwankungen, wie ich weiter unten nachweisen werde, minimal. Bekanntlich giebt es

nur ein Mittel, sich eine constante Temperatur in einem Körper durch Erwärmung zu verschaffen, indem man alle zuviel hinzugeführte Wärme zur Leistung von Arbeit zwingt. Diese constante Temperatur kann man dann durch Leitung auf jeden anderen Körper übertragen, so lange man will. Dieses Mittel ist eigentlich ein doppeltes; man kann sowohl die Schmelz-, bezügl. Erstarrungstemperatur fester, als auch die Siedetemperatur flüssiger Körper zur Herstellung von Thermostaten benutzen.

Die Frage, welches dieser zwei Mittel für den vorliegenden Zweck am bequemsten zu verwenden sey, kann nicht lange zweifelhaft bleiben.

Von rein theoretischem Gesichtspunkte aus hat die Benutzung der Schmelztemperatur den Vorzug, weil dieselbe — wenn man so sagen darf — viel constanter als die Siedetemperatur ist, indem sie nach den Untersuchungen von J. Thomson, Clausius, Bunsen zwar vom Drucke, unter welchem das Schmelzen erfolgt, abhängt, aber in so geringem Grade, daſs man sie bei den geringen Schwankungen des Luftdruckes als absolut constant ansehen darf.

Dieses Princip kann man aber nicht gut praktisch für die Beschaffung eines Thermostat verwenden. Einmal würden sich schwerlich so viele geeignete Substanzen finden lassen, um für alle Grade bis gegen den Siedepunkt des Quecksilbers hin ein Bad zu haben und selbst dann müſste man viele hundert z. Th. theure Körper und Gefäſse um sich haben. Zweitens würden die Gefäſse, in welchen die Schmelzung geschieht, sobald man Stunden lang constante Temperaturen gebraucht, sehr groſs seyn müssen und viel Schmelzmaterial erfordern. Dieser Uebelstand lieſse sich allerdings dadurch umgehen, daſs man nicht bloſs die Schmelztemperatur, sondern mit dieser abwechselnd auch die ihr gleiche Erstarrungstemperatur benützte. Denn so lange noch nicht alles geschmolzen oder alles erstarrt ist, ist die Temperatur constant. Bei Beobachtung dieses Vorganges mit Thermometer lieſse sich mit kleineren Apparaten und Mengen wohl ein solcher Thermostat

herstellen. Drittens wäre aber ein unausbleiblicher Uebelstand bei Benutzung der Schmelztemperatur, dafs die Zeit und Aufmerksamkeit des Arbeiters vom Gange der Schmelzung und Erstarrung in Anspruch genommen würde, während ein Thermostat nur dann ganz brauchbar ist, wenn er, einmal regulirt, sich selbst stets weiter regulirt.

Alle diese grofsen Nachtheile fallen bei Benutzung der Siedetemperatur ganz fort, allein zu gleicher Zeit der grofse Vortheil einer absolut constanten Temperatur, weil der Siedepunkt bekanntlich gewissen kleinen Schwankungen unterliegt. Zu allererst fragt es sich, welche Flüssigkeiten für diesen Apparat am besten zu wählen sind, um mit der geringsten Anzahl verschiedener Stoffe alle Temperaturgrade bis gegen 350° herstellen zu können.

Dadurch werden aus demselben Grunde wie bei einem Thermostat mit Schmelztemperaturen alle homogenen Flüssigkeiten ausgeschlossen. Es bleibt nur die Wahl zwischen Salzlösungen und Flüssigkeitsgemischen.

So verschieden auch die Siedepunkte der verschiedenen Salzlösungen und deren Concentrationsstufen sind, so wenig schädliche Einwirkungen auf die Gefäfse und die Gesundheit des Arbeiters sie meist zeigen, so empfehlen sie sich doch nicht, weil man zu viele Salze und Lösungen für alle Temperaturen haben müfste und weil es nur wenige Salzlösungen giebt, welche unter dem Luftdrucke bei über 120° sieden. Man mufs also zu Gemischen von Flüssigkeiten greifen. Bei ihrer Wahl kommen vorzugsweise oder nur diejenigen in Betracht, welche sich in allen Quantitäten gut mischen, deren Siedepunkte möglichst weit auseinander liegen, welche selbst oder in ihren Dämpfen den Gefäfsen, Arbeitsräumen und Arbeitern in keiner Weise gefährlich oder schädlich werden können und bei deren Gemischen der Siedepunkt proportional mit den Mischungsmengen steigt oder fällt.

Für Temperaturen über 100° empfehlen sich am meisten Gemische von concentrirter Schwefelsäure, welche

unter 760^{mm} Druck bei 325° [1]) siedet, und von Wasser, denn dieselben genügen für alle mit dem Quecksilberthermometer mit Sicherheit meſsbaren Temperaturen über 100°, was ja fast ausschlieſslich von einem Thermostat gefordert wird.

Verdünnte Schwefelsäure hat bekanntlich ein um so geringeres Volumgewicht, je mehr Wasser sie enthält; beim Erhitzen steigt das Volumgewicht und der Siedepunkt, während Wasserdämpfe entweichen, allmählich höher, bis er 325° erreicht, wobei die Säure als solche sich verflüchtigt.

concentr.	Schwefels.	vom	V.-G.	1,843	siedet	bei	325°
„	„	„	„	1,842	„	„	285
„	„	„	„	1,833	„	„	268,3°
„	„	„	„	1,819	„	„	252,8
„	„	„	„	1,801	„	„	237,7
„	„	„	„	1,769	„	„	216,6
„	„	„	„	1,757	„	„	210,0
„	„	„	„	1,730	„	„	199,4
„	„	„	„	1,670	„	„	182,2
„	„	„	„	1,520	„	„	143,3
„	„	„	„	1,300	„	„	115,5
„	„	„	„	1,100	„	„	103,3
„	Wasser	„	„	1,000	„	„	100,0 [2]).

Dazwischen liegen alle übrigen Gewichte und Siedepunkte. Für die seltenen Fälle, daſs constante Temperaturen unter 100° verlangt werden, empfehlen sich Mischungen von Wasser und absolutem Alkohol, welcher bei 760^{mm} Druck und V.-G. = 0,8095 (4°) bei 78,4° [3]) siedet, oder für noch tiefere Temperaturen Gemische von absolutem Alkohol und wasserfreiem Aether, welcher unter

1) Wüllner, Experimentalphysik 1871. III. 517.

2) Heſsler, Physik 1852 S. LIII. Taf. XVIII.

3) Wüllner, l. c. S. 517. — Nach E. Linnemann 78°,53 bei 760^{mm} Druck und 0,8090 V.-G. bei 17°. Annal. d. Chem. u. Pharm. CLX, 195 ff. Jahresbericht d. Chem. usw. 1871, 382.

760mm Druck mit dem V.-G. = 0,7358 (0°) bei 34,9°[1]) siedet. Diese Gemische sieden gut wie die von Schwefelsäure mit Wasser.

Diese vier Flüssigkeiten genügen also für Herstellung eines Thermostat für alle Temperaturen von +34,9—32°,5. Anforderungen an tiefere oder höhere Grade dürften wohl selten an einen Thermostaten gestellt werden.

Jeder Apparat, in welchem man die Gemische dieser Flüssigkeiten so zum Sieden bringen kann, dafs sie sich in keiner Weise dabei ändern, ist ein Thermostat. Man mufs also dafür sorgen, dafs in ihm ohne gänzlichen Abschlufs der Luft alle durch das Sieden entwickelten Dämpfe sofort condensirt werden und zur Siedeflüssigkeit zurückfliefsen. Diese einzige an den Apparat zu stellende Bedingung ist leicht zu erfüllen durch Condensations- oder Kühlrohre, welche von der Kuppel des Siedegefäfses mehr oder weniger vertical aufsteigen, oben nur lose gegen Staub und Zug bedeckt sind, lang und weit genug sind, um alle in sie getriebenen Dämpfe vollständig zu condensiren und welche die Condensationsflüssigkeiten regelmäfsig und möglichst bald nach der Bildung zur Siedeflüssigkeit zurückgelangen lassen.

Ein grofser Vorzug dieses Thermostat ist nun, dafs man ihn in den meisten Fällen in der kürzesten Zeit mit den einfachsten Mitteln, welche jeder Chemiker und Physiker immer bei der Hand hat, sich selber construiren kann, wie Fig. 13, Taf. III es erläutert.

Dieselbe stellt in ein Drittel der natürlichen Gröfse den Thermostat dar, wie er sich nach manchen Versuchen und Vergleichen am praktischsten und zugleich einfachsten entwickelt hat, und mit welchem ich bisher alle Beobachtungen angestellt habe, ohne dafs er — selbst bei 300° — zersprungen wäre.

Er besteht nur aus Glas, Kork oder Kautschuk und etwas Quecksilber. Das Siedegefäfs *A* ist eine Erlenmeyer'sche geradwandige Kochflasche von möglichst dün-

1) Wüllner, l. c. S. 517.

nem, gut gekühltem Glase und so weithalsig als nur vorhanden. Oben ist sie mit einem Stopfen *B* aus Kork oder Kautschuk [1]) gut geschlossen. Durch denselben gehen zwei etwa 5mm weite Oeffnungen zur Aufnahme der Condensationsrohre *CC'* und eine Oeffnung zum Durchstecken eines möglichst weiten Reagirglases *D* vertical hindurch. Dieses letztere ist der allerdings nicht grofse und, was manchmal unbequem wird, verticale Raum, in welchem die Substanzen, Gefäfse usw. erhitzt werden sollen und in welchem sich auch das Thermometer befindet (in der Zeichnung fortgelassen).

Für die meisten chemischen Zwecke (z. B. Trocknen von Substanzen, Filter, Präparaten) und für viele physikalische Versuche (z. B. calorimetrische) ist der Erhitzungsraum grofs genug. Um in ihm Luftcirculation, also unregelmäfsige Abkühlung zu vermeiden, ist er oben durch einen Kork geschlossen, dieser aber durchbohrt zur luftdichten Aufnahme eines leicht verschiebbaren Glasrohres *e*. Dieses ist unten am besten halbkugelförmig ausgeblasen und weit geöffnet, oben dagegen capillar ausgezogen, aber ebenfalls offen, um in *D* durch Erhitzung keinen Ueberdruck zu bekommen, ohne der kalten Luft merklichen Eintritt zu gewähren. Will der Chemiker die Erwärmung nicht in gewöhnlicher Luft, sondern in trockner oder in anderen Gasen oder in Dämpfen vornehmen, so wird der Kork *D* doppelt durchbohrt zur Aufnahme der nöthigen Glasrohre, welche man in einem weiten Reagirglase beliebig anordnen kann. Die Substanz wird in einem dünnen, kleinen Reagirgläschen *f* an einem, im Korke luftdicht einzuklemmenden Platindrahte in die Röhre *D* eingesenkt. Entwickeln sich beim Erwärmen des Körpers Dämpfe, welche sich in *D* und *e* an den kühleren Stellen condensiren, so verschliefst man mit der halb-kugelför-

1) Je nach der siedenden Flüssigkeit und Temperatur. So lange beim Sieden der Säure nur Wasserdämpfe entweichen, wird der Kork nicht angegriffen, wenn man beim Sieden das Heranpritzen der Säure vermeidet.

migen Oeffnung von *e* das Gläschen *f*, damit die Dämpfe meist in das Rohr *e* treten, wo sie theils austreten, theils sich condensiren werden. Um diese Condensationswasser am Zurückfließsen zu verhindern, steckt man in *e* lose zusammengedrehtes Fließpapier. Im Kochkolben *A* steht die siedende Flüssigkeit etwa bis zu ein Drittel der Kolbenhöhe und das Reagirglas *D* taucht etwa bis zur Mitte der Flüssigkeit beinahe 30^{mm} tief ein.

In Gefäßsen, in welchen Flüssigkeitsgemische oder Salzlösungen kochen, die Dämpfe condensirt werden und an allen Gefäßswänden wieder zurückfließsen, haben bekanntlich die Dämpfe niemals die Temperatur der Siedeflüssigkeit, sondern eine geringere. Man kann folglich die Wärme der Dämpfe nicht zum Thermostat benutzen, sondern muſs das Rohr *D* soweit eintauchen, daſs die zu erhitzenden Körper ganz unter der Flüssigkeitsoberfläche liegen. Oberhalb dieser wird also auch in *D* eine mehr oder minder niedrigere Temperatur herrschen als unterhalb derselben; es können somit die erwärmten Körper wohl eine constante, niemals aber die Siedetemperatur selber annehmen.

Um diese Differenz möglichst klein zu machen, fülle ich das untere Ende des Reagirglases *D* genau so weit, als es eintaucht mit Quecksilber und, wenn der erwärmte Körper zum Theil über die Flüssigkeitsoberfläche herausragen muſs, so weit als der Erstere reicht, damit ihm ganz und rasch die Wärme zugeführt wird. Da in den meisten Fällen die erwärmten Körper leichter als Quecksilber sind, müssen sie mit dem verschiebbaren Glasrohre *e* untergetaucht gehalten werden.

Nimmt man *D* möglichst weit und *e* möglichst dünn, so findet ein dünnes Thermometer immer noch Platz; wenn nicht, so muſs man es beim Einsetzen des zu erwärmenden Körpers, nachdem man die Temperatur im Quecksilber festgestellt hat, herausnehmen, was manche Nachtheile im Gefolge hat, z. B. den raschen Temperaturwechsel der eingetauchten und herausgezogenen Körper und Thermometer.

Die Condensationsrohre C und C' sind etwa 15mm weite Glasröhren. Eine Länge von 20 bis 25 Centm. über dem Stopfen genügt erfahrungsmäfsig bei den gebrauchten Flüssigkeiten zur völligen Condensation für alle Temperaturgrade. Damit sie neben dem weiten Reagirglase D gut durch den Stopfen B gehen und damit in ihnen die condensirten Dämpfe gut und rasch zurückfliefsen, sind sie nach unten verjüngt und ragen etwa 30 bis 50mm tief unter dem Stopfen etwas nach aufsen gekrümmt in den Kolben A, damit die kalte Traufe niemals das Erwärmungsrohr D kühle.

Der Apparat wird mittelst Gasflamme auf Drahtnetz oder Sandbad erhitzt, der Kolben A steht also frei auf. Da nun aber durch die schweren Condensationsrohre der Schwerpunkt sehr heraufrückt und der Apparat beim Sieden leicht erschüttert wird, ist es zweckmäfsig, den Apparat durch Festklemmen des einen Condensationsrohres gegen Umschlagen zu sichern.

Die oben gegen Luftcirculation usw. bedeckten Condensationsrohre dienen auch zum Einfüllen, Nachgiefsen und Mischen der Flüssigkeiten, ohne das Sieden zu unterbrechen. Mit Vorsicht kann man selbst in kochendes Wasser ohne jede Gefahr concentrirte Schwefelsäure einträufeln lassen und umgekehrt. Besser ist es aber auf jeden Fall, es zu vermeiden, weil beim Explodiren des Apparates die kochende bis 325° heifse Säure gefährlich werden kann Für solchen Fall ist es gut, wenn der Apparat hinter Glas und auf einem Sandbade steht, welches den flüssigen Inhalt des Apparates noch aufzunehmen vermag.

Ein Condensationsrohr genügt nicht zum ruhigen Sieden, weil sich im engsten Theile desselben die aufsteigenden Dämpfe und die herabfliefsenden Condensationswasser begegnen und bekämpfen würden. Bei zwei Röhren übernimmt abwechselnd das Eine das Aufsteigenlassen, das Andere das Abfliefsen ruhig und gleichmäfsig.

Nimmt man statt des Glaskolbens ein Metallgefäfs, was

natürlich wegen der Schwefelsäure von Platin seyn mufs, so kann man dem Thermostat jede beliebige Gröfse und Anordnung geben, ihn mithin für alle chemischen und physikalischen Untersuchungen, z. B. Arbeiten mit dem Luftthermometer, nutzbar machen. Es wird weiter unten gezeigt werden, welche grofsen Vorzüge der Platinthermostat sonst noch vor dem von Glas hat.

Der Hauptnachtheil des Platinapparates ist der höhere Preis, welcher sich aber nicht so hoch stellen wird, als es zuerst scheinen mag, weil man das Platinsiedegefäfs von dünnem Bleche treiben und zum Schutze mit einem starken Kupfermantel umgeben lassen kann, welcher nur an drei Stellen das Platin berührt, sonst den Spielraum zwischen beiden Metallen läfst, welchen die verschiedene Ausdehnung der Metalle wünschenswerth erscheinen läfst.

Man kann auch diesen Zwischenraum noch weiter wählen und ihn mit Seesand, Metallfeile und dergl. ausfüllen.

Alle schweren Theile des Apparates läfst man von der starken Kupferhülle tragen und führt sie nur luftdicht durch die aus etwas stärkerem Platinbleche gefertigten Oeffnungen mit Ansatzröhren. Da der Apparat höchstens 325° heifs wird, können Goldlöthungen ohne Nachtheil angewendet werden.

Meine chemischen Untersuchungen über den Wasseraustritt aus Mineralien usw. müssen in einem horizontalen Erhitzungsrohre vorgenommen werden, in welchem innerhalb eines Platinschiffchens das Mineralpulver, daneben das Thermometer sich befinden, durch welches eine langsame Circulation trockener Luft stattfinden mufs und welches zwischen Chlorcalciumröhren eingeschaltet liegt. Zu dem Zwecke will ich mir nach diesem Principe den in Fig. 14, Taf. III abgebildeten und ohne Erläuterungen verständlichen Platinthermostat construiren lassen. Der Mafsstab ist ebenfalls ein Drittel der natürlichen Gröfse.

Dieser Apparat wird sich, wenn man das Rohr *D* etwas geneigt hindurchgehen läfst, zur Bestimmung specifischer Wärme bei höheren Temperaturgraden gewifs mit Vor-

theil statt des Regnault'schen Heizapparates[1]) anwenden lassen.

Prüfen wir nun noch schliefslich die Zuverlässigkeit dieses Thermostat. Die Temperatur jeder siedenden, sich chemisch nicht ändernden, Flüssigkeit ist bekanntlich nicht absolut constant, sondern abhängig vom Drucke auf der Oberfläche — also beim vorliegenden Apparate vom Luftdrucke —, von der Höhe der siedenden Flüssigkeit, von der Natur der Gefäfswände, in welchen die Flüssigkeit siedet, d. h. von der Adhäsion der Flüssigkeit zur Substanz des Gefäfses und von der Cohäsion der Flüssigkeitsmoleküle zu einander und zu den von ihnen absorbirten Gasen.

Da im vorliegenden Apparate bei jedem Versuche immer dieselbe Menge, also stets gleich hohe, Flüssigkeit, an denselben Gefäfswänden und von derselben chemischen Beschaffenheit siedet, sollte man glauben, diese drei Fehlerquellen eliminirten sich, d. h. man erhielte bei demselben Luftdrucke, wenn auch nicht die absolute Siedetemperatur — worauf es auch gar nicht ankommt — so doch eine constante Temperatur.

Dem ist aber nicht ganz so; nur der erste Punkt ist ausgeglichen, die anderen ändern sich etwas im Laufe des Siedens.

Im Beginn des Siedens sind die Wände nämlich unrein und haben auf ihrer Oberfläche verdichtete Gase. Die Adhäsion zwischen Flüssigkeit und Wand ist also zuerst kleiner als später, wenn durch Kochen, namentlich mit Schwefelsäure, Alkohol und Aether, die Wände reiner und gasfrei geworden sind. Im Verlaufe des Siedens wird deshalb die Temperatur etwas steigen.

Weshalb man die Rudberg'sche Erfahrung, welche man bei Bestimmung des Siedepunktes an Thermometern benutzt, bei dem Thermostat nicht anwenden kann, geht aus dem obigen hervor. Diese in den meisten Fällen geringe Aenderung in der Temperatur der siedenden Flüs-

1) Wüllner, Experimentalphysik 1871 III, 364 ff. Fig. 66.

sigkeit kann aber wohl dadurch verringert werden, dafs man das ausgekochte und reine Gefäfs nie trocken und unrein werden läfst.

Nach den Beobachtungen der Physiker ist die Adhäsion vieler Flüssigkeiten, z. B. Alkohol und Wasser, an Glas gröfser, als an Metall, besonders Platin; es kommt deshalb die in einem Platinthermostat beobachtete Temperatur der Siedetemperatur näher, als im Glasthermostat. Vortheil des Platinthermostat.

Viel gröfseren Einflufs auf die Veränderlichkeit der Temperatur einer siedenden Flüssigkeit scheinen aber die molekularen Kräfte zwischen Flüssigkeit und absorbirten Gasen zu haben. Durch gänzliches Auskochen der letzteren steigt die Temperatur der siedenden Flüssigkeit bedeutend, wie es Donny [1]) nachgewiesen hat.

Auf diesen molekularen Kräften zwischen Gefäfs, Flüssigkeit und absorbirten Gasen beruht das Stofsen der siedenden Flüssigkeiten oder der sog. Siedeverzug, der in Glasgefäfsen viel stärker ist, als in Gefäfsen von Platin und der mit der Dauer des Siedens ganz besonders in Glas zunimmt, wohl weil die glatte Oberfläche des Glases mit Hülfe von Säuren usw. so gereinigt werden kann, dafs das Wasser überall adhärirt, während das bei Platin nicht möglich ist, wohl weil im Metalle immer Risse und Schrammen sich befinden, welche nicht gereinigt werden können und vom Wasser nicht erfüllt werden, da sie mit der an der Oberfläche verdichteten Luft erfüllt sind.

Was bei Glasgefäfsen durch Kochen bald von selbst eintritt, ist in Platin Magnus nur mit Mühe gelungen, nämlich durch Reinigen der Schale mit Säuren und Laugen, die Temperatur der siedenden Flüssigkeit darin merklich zu erhöhen.

Das wird zu einem sehr grofsen Vortheile des Platinthermostat gegenüber dem von Glas.

Wenn man also das Stofsen der Flüssigkeiten beim Sieden zu verhindern sucht, so schwächt man die Tempe-

1) Eortschritte d. Phys. 1846, II. 18 ff.

raturschwankungen im Thermostat. Man hat nun eine Reihe von Mitteln gegen das Stofsen vorgeschlagen [1]). Die Anwendbarkeit und den Erfolg dieser Mittel beim Thermostat habe ich noch nicht geprüft, ich werde meine späteren Beobachtungen darüber mittheilen.

Da die Siedeflüssigkeit jeden Tag von Neuem justirt werden mufs oder kann, handelt es sich bei Beurtheilung der Schwankungen des Siedepunktes durch die Veränderlichkeit des Luftdruckes um den Einflufs der stündlichen Barometerschwankungen im Laufe eines Tages. Von seltenen Ausnahmen, bei welchen man solche Untersuchungen leicht aussetzen kann, sind im Mittel dieselben so aufserordentlich gering [2]), dafs man sie bei den Untersuchungen vernachlässigen kann.

Im Glasthermostat, welcher besonders in höheren Temperaturgraden gegen den Platinthermostat zurücksteht, habe ich die weiter unten genannten Schwankungen in der Temperatur der siedenden Flüssigkeit beobachtet. Dabei zeigte sich deutlich, dafs dieselben nur durch das Stofsen der Flüssigkeit merklich wurden, also mit der Beseitigung dieses Uebelstandes fortfallen oder wenigstens sehr gemindert werden.

Um das Stofsen zu vermeiden, wandte ich bei den bisherigen Prüfungen nur das roheste und, wie aus dem Obigen hervorgeht, nicht correcte Mittel an, dafs ich alle 2 bis 3 Stunden das Glasgefäfs mit einem trockenen, also unreinen und lufthaltigen wechselte und den Boden des-

1) Donny, Fortschr. d. Phys. 1846, II. 18 ff.
Legrand, *Ann. de chim. et de phys. LIII.* — Pogg. Annalen Bd. XXXVII.
P. Pellogio, Zeitschr. f. analyt. Chem. 1867, VI. 396 ff. — 1869, VIII. 61. — *Chem. News. XX.* 53.
C. Winkelhofer, Dingler polyt. Journ. CXCIII, 30. Zeitschrift f. analyt. Chem. 1870, IX. 247.
Fresenius, Zeitschr. f. analyt. Chemie 1870, IX, 248.
Th. Schumann, Zeitschr. f. analyt. Chemie 1870, IX. 248. — *Americ. Journ. of pharm. XLI*, 527.

2) Müller, kosmische Physik 1872, S. 572 ff.

selben mit frischen Platinstücken oder eckigen Glasperlen bedeckte, wobei das Sieden fast bis zu 300° hinauf, also mit fast concentrirter Schwefelsäure, stundenlang gut von Statten ging.

Die Flüssigkeitsmischung von dem bestimmten Siedepunkte findet man leicht. Man stellt sich nach Gutdünken oder mit Hülfe von Aräometern eine Mischung dar, welche etwas tiefer siedet und concentrirt sie im Apparat durch Abdampfen bei herausgenommenen Condensationsrohren so lange, bis das im Quecksilberbädchen befindliche Thermometer die verlangte Temperatur anzeigt, dann verschliefst man den Apparat sofort mit den Condensationsrohren.

Regulirte man die Flamme so, dafs das Sieden nicht stark und recht gleichmäfsig erfolgte, was schon die kurzen Condensationsrohre erforderten, so zeigte ein Geifsler'sches Thermometer, dessen Grade 0,65 Mm. lang sind, bis 150° keine Schwankungen, bis 250° etwa solche von bis 0,5°, darüber bis 1°. Bei dem starken Stofsen der fast concentrirten Schwefelsäure in Glas um 300° stieg die Temperatur vor jedem Stofse um 1 bis 2° und fiel nach demselben um den gestiegenen Werth.

Nach Abschlufs meiner Untersuchungen fand ich bei der Durchsicht der neuesten Literatur nach Thermoregulatoren, dafs H. Sprengel fast gleichzeitig dasselbe Princip zur Herstellung eines Luftbades mit constanter Temperatur zwischen 100° und 200° benutzt hat [1]).

Allein er hat das Princip nicht nach Möglichkeit, sondern nur für etwa 100 Grade ausgenutzt, ferner dem Apparate eine nicht zweckmäfsige Construction gegeben, indem er die verdünnte Schwefelsäure in einem doppelwandigen Bleikasten, mit einem Rückflufskühler versehen, zum Sieden bringt.

1) Chem. Centralbl. 1873, 498,
Journ. of Chem. soc. 1873, 458,
Chem. News. XXIX. 130,
Ber. d. deutsch. chem. Ges. 1873, VI. 271.

Ein solcher Kasten, dessen Anfertigung viel Arbeit erfordert, gestattet wohl kaum ein gutes gleichmäfsiges Sieden, schwerlich die Anwendung von Mitteln gegen den Siedeverzug, wird von Schwefelsäure, welche bekanntlich, sobald sie das Volumgewicht 1,71, also vielleicht die Siedetemperatur 193° hat, nicht mehr in Blei gekocht werden darf, angegriffen, wodurch die Siedeflüssigkeit mehr oder weniger geändert werden dürfte usw.

Ich trage deshalb kein Bedenken, die unabhängig von Hrn. Sprengel angestellten Beobachtungen und erlangten Resultate hiermit zu veröffentlichen.

Aachen, im April 1874.

VII. *Ueber die Krystallform und die Modificationen des Selens; von C. Rammelsberg.*

I. Die Krystallform des Selens.

Mitscherlich bestimmte die Form der aus Schwefelkohlenstoff sich abscheidenden Selenkrystalle [1]), was bei ihrer geringen Gröfse und ihren zahlreichen Flächen mit grofsen Schwierigkeiten verbunden war. Er fand sie *zwei- und eingliedrig*, und gab ihnen eine solche Stellung, dafs

$$a : b : c = 1{,}62 : 1 : 1{,}60$$

und der Winkel der schiefen Axen $(o) = 75^\circ\, 54'$ ist.

Wiewohl er im Eingange seiner Abhandlung sagt, die Kenntnifs der Form des Selens sey besonders wegen seiner Beziehungen zum Schwefel wichtig, so gedenkt er weiterhin eines Zusammenhanges ihrer Formen nicht, offenbar deswegen, weil die von ihm beobachteten Selenkrystalle sich mit denen des Schwefels nicht vergleichen liefsen. Und doch war die Isomorphie beider Elemente

1) Monatsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1855, 409.

nicht unwahrscheinlich, wenn man sich an die gleiche Struktur von Selen- und Schwefelsilber, von Selen- und Schwefelblei und an die Isomorphie der selensauren und schwefelsauren Salze erinnerte.

Dennoch ist die Krystallform des Selens derjenigen des zwei- und eingliedrigen Schwefels gleich. Um diefs zu erkennen, genügt es, den Selenkrystallen eine andere Stellung zu geben, als die ist, welche Mitscherlich ihnen angewiesen hat. Macht man seine nie sonderlich entwickelte Horizontalzone (M, $2m$, h, g) zur Diagonalzone einer hinteren schiefen Endfläche $r' = a' : c : \infty b$ (h), und seine basische Endfläche (P) zu einer vorderen $r = a : c : \infty b$, so bestehen die beobachteten Combinationen aus den Flächen:

$$
\begin{array}{ll}
p = a : b : \infty c & (o) \\
q = b : c : \infty a & (U) \\
r = a : c : \infty b & (P) \\
r' = a' : c : \infty b & (h) \\
o = a : b : c & (e_2) \\
o' = a' : b : c & (2m) \\
\frac{o'}{2} = a' : b : \frac{1}{2}c & (3u^3) \\
s' = a' : \frac{1}{2}b : c & (M) \\
{}^2p = 2a : b : \infty c & (o^2) \\
b = b : \infty a : \infty c & (g)
\end{array}
$$

und man erhält, mit Zugrundelegung der drei gemessenen Winkel $o' : o' = 103^\circ\ 40'$, $r : r'$ an $a = 104^\circ\ 6'$ und $q : r$ $112^\circ\ 36'$

$$a : b : c = 0{,}99 : 1 : 1{,}270$$
$$o = 89^\circ\ 15'.$$

Beim zwei- und eingliedrigen Schwefel ist nach Mitscherlich

$$a : b : c = 0{,}99 : 1 : 1{,}00$$
$$o = 84^\circ\ 14'.$$

Das Verhältnifs $a : b$ ist mithin für beide genau gleich; in der That ist

$$p : p = 90^{\circ}\,32' \text{ beim Schwefel}$$
$$90^{\circ}\,34 \quad „ \quad \text{Selen.}$$

Die Axen c verhalten sich fast $= 5 : 4$. Denkt man sich beim Schwefel die Flächen $q\frac{5}{4} = 4b : 5c : \infty a$, und $r\frac{5}{4} = 4a : 5c : \infty b$, so würde

$$q\tfrac{5}{4} : q\tfrac{5}{4} = 77^{\circ}\,36' \quad = q : q = 76^{\circ}\,26' \text{ beim Selen}$$
$$r\tfrac{5}{4} : r'\tfrac{5}{4} = 76\;\;42 \quad = r : r' = 75\;\;54 \quad „ \quad „$$

Schwefel und Selen sind folglich isomorph.

Bedürfte diese Behauptung noch einer Bestätigung, so finden wir eine solche im *Schwefelselen*. Beide Elemente gehen keine Verbindungen ein, sondern bilden isomorphe Mischungen von mannichfachen Atomverhältnissen, welche, aus Schwefelkohlenstoff krystallisirt, bald die Form des einen, bald des anderen haben, und beim Umkrystallisiren neue Mischungen liefern. Wir wissen dies aus den Untersuchungen von Bettendorff und vom Rath[1]). Die Mischungen aus 1 At. Selen und 2, 3 und 4 At. Schwefel sind *zwei- und eingliedrig*,

$$a : b : c = 1{,}054 : 1 : 0{,}7146$$
$$o = 88^{\circ}\,17'.$$

Offenbar besitzen sie die Form des Selens; die Axen a sind auch hier fast identisch; ihr c aber ist annähernd $= \frac{3}{5}c$ des Selens ($= 0{,}762$). Ihre Flächen beziehen sich theils auf a oder $\frac{a}{2}$, theils auf c oder $\frac{c}{2}$.

Die schwefelreichste der untersuchten Mischungen, SeS^5, bildet zweigliedrige Krystalle von der Form des Schwefels.

Das Verhältnifs der Axen c wäre demnach für die zwei- und eingliedrigen Krystalle von

	Schwefelselen		Schwefel		Selen
beobachtet	0,94	:	1,31	:	1,666
angenommen	1	:	1,333	:	1,666.

1) Pogg. Ann. Bd. 139, S. 329.

II. Die Modificationen des Selens.

Die Umänderung des glasigen Selens in graues metallähnliches wurden schon von Berzelius beobachtet, besonders aber von Hittorf[1]), und später von Regnault[2]) näher untersucht. Sie erfolgt bekanntlich bei etwa 90° und ist mit einem Freiwerden von Wärme verbunden. Beide Modificationen sind in der Farbe, Dichte, dem elektrischen Verhalten und ihrer Löslichkeit verschieden. Schon früher hatte Graf Schaffgotsch[3]) das V.-G. des amorphen Selens (auch des fein zertheilten rothen) = 4,26 bis 4,28, das des grauen = 4,80 gefunden.

Dann zeigte Mitscherlich, daſs nur das amorphe sich in Schwefelkohlenstoff auflöst, das graue aber nicht, und daſs die aus jener Lösung erhaltenen braunrothen Krystalle beim Erwärmen über 100° dunkel, undurchsichtig und unlöslich werden, während sie zuvor in Schwefelkohlenstoff löslich sind. Da ihr V.-G. = 4,46 bis 4,51 ist, so hätten wir zu unterscheiden:

			V.-G.
amorphes	Selen,	löslich	4,28
krystall.	„	löslich	4,46 bis 4,51
graues	„	unlöslich	4,80.

Da die Krystalle nach dem Erhitzen 4,7 wiegen, so sind sie in die graue unlösliche Modification übergegangen.

Nun ist bekannt, daſs auf der dunkelrothen Auflösung von Selenkalium oder Selennatrium an der Luft eine schwarze Haut von Selen sich bildet. Auch dieses Selen ist krystallinisch, seine Form jedoch nach Hittorf nur unter dem Mikroskop deutlich. Sein V.-G. ist nach Demselben = 4,808, nach Mitscherlich = 4,76 bis 4,788. Dieser Chemiker erklärt es demzufolge für identisch mit dem grauen unlöslichen Selen.

1) Pogg. Ann. Bd. 84, S. 214.
2) Pogg. Ann. Bd. 98, S. 418.
3) Monatsber. d. Berl. Akad. 1847, S. 422.

In den von Pape[1]) herausgegebenen Untersuchungen Neumann's über die specifische Wärme ist das V.-G. des grauen körnigen Selens sehr abweichend von Schaffgotsch nur zu 4,406 angegeben, und dieser Umstand, welcher die Identität mit dem aus Selenalkalien in Frage stellt, bewog mich zu einigen Versuchen.

Dabei ist vorweg zu bemerken, dafs die V.-G.-Bestimmungen an Selen ihre Schwierigkeit haben, weil es vom Wasser schwer benetzt wird. Im Fall daher durch Auskochen eine Molekularänderung eintreten würde, mufs man die Wägungen in Alkohol vornehmen. Selbst die Anwendung der Luftpumpe ist nicht genügend.

Graues körniges Selen. — Dasselbe war durch Erhitzen des glasigen auf 120° bis 150° dargestellt. Es ist in Schwefelkohlenstoff unlöslich. Die Wägungen geschahen theils in Wasser, theils in Alkohol bei 19° bis 20° und gaben:

4,437 — 4,464 — 4,487 — 4,545 — 4,563 — 4,590
oder im Mittel 4,514.

Alle diese Zahlen liegen den von Neumann 4,4 viel näher als der von Schaffgotsch 4,8.

Blättriges Selen aus Selenalkalien. — Die Verbindung von Selen und Natrium erfolgt unter Feuererscheinung. Mit luftfreiem heifsen Wasser giebt die schwarze Masse eine dunkelbraunrothe Auflösung, welche an der Luft sich mit einer krystallinischen Haut bedeckt. Nach dem Trocknen erscheint dieses Selen schwarz, mit einem Stich ins Röthliche, bildet sehr dünne voluminöse aber undurchsichtige *Blättchen*, welche unter dem Mikroskop als Aggregate sehr kleiner Krystalle erscheinen und ist in Schwefelkohlenstoff *unlöslich*, wobei bemerkt werden darf, dafs es oft ein wenig rothes amorphes Selen enthält, welches sich durch jenes Lösungsmittel fortnehmen läfst. Verdünnt man die Auflösung von Selennatrium, so fällt (ohne Mitwirkung der Luft) rothes amorphes Selen nieder. Dieses *blättrige* Selen zeigt beim Erhitzen bis 140° kein Frei-

1) Pogg. Ann. Bd. 126, S. 123.

werden von Wärme, keine Veränderung im Ansehen und im V.-G. Letzteres habe ich

4,77 — 4,79 — 4,86

gefunden, also übereinstimmend mit Hittorf und Mitscherlich.

Krystallisirtes Selen aus Schwefelkohlenstoff. — Zur Darstellung der Krystalle diente theils rothes, durch schweflige Säure gefälltes, theils gepulvertes glasiges. Es wurde mit dem Lösungsmittel Tage lang in Berührung gelassen, zeitweilig auch im Wasserbade bis zum Sieden des letzteren erhitzt. Nach Mitscherlich löst sich 1 Theil Selen in 1000 Theilen kochendem und in 6250 Th. Schwefelkohlenstoff von 0°. Ich habe für die Löslichkeit bei 20° sehr verschiedene Zahlen gefunden: 1 Th. Selen in 1376 — 2464 — 3746 Th. Schwefelkohlenstoff und glaube nicht, daſs ein besonderer Werth darauf zu legen sey.

Die braunrothen, durchsichtigen, diamantglänzenden, aber äuſserst kleinen Krystalle habe ich vielfach in Alkohol gewogen, allein bei der zur Verfügung stehenden geringen Menge oft sehr abweichende Resultate erhalten, deren mittlere = 4,418 — 4,54 — 4,59 waren, d. h. etwa ebenso schwankend, wie die von Mitscherlich gefundenen.

Amorphes Selen. — Das durch schweflige Säure gefällte wird beim Erhitzen der Flüssigkeit dunkler, ist aber noch amorph, denn sein V.-G. fand sich 4,27 und 4,34 und es geht bei höheren Temperaturen in das graue über. Geschmolzenes Selen wog 4,29 und 4,36 und nach der Verwandlung in graues 4,495.

Hiernach ist das graue körnige Selen mit dem blättrigen aus Selenalkalien nicht identisch und wir hätten vier Modificationen:

	V.-G.	
1. Amorphes	4,3	roth, löslich
2. Krystallisirtes	4,5	roth, löslich
3. Körniges	4,4—4,5	grau, unlöslich
4. Blättriges	4,8	fast schwarz, unlösl.

1 und 2 gehen bei 90° in 3 über; die drei letzteren verwandeln sich durch Schmelzen und rasches Abkühlen in amorphes, durch langsames in körniges. Alle diese Modificationen sind beständig und an einem und demselben Stück erhalten sich amorphes und körniges mit scharfer Gränze unverändert. Ob aber ein wesentlicher Unterschied im V.-G zwischen 2 und 3 besteht, ist schwer zu sagen.

Da das körnige und blättrige Selen sicherlich als krystallisirt zu bezeichnen sind, so wäre es trimorph, zur Zeit jedoch nur in einer Form bekannt.

Diese Form ist nicht beständig, indessen doch weit mehr als die gleiche des *Schwefels*. Alle drei werden durch Schmelzen und rasches Abkühlen amorph; ähnlich der Schwefel, doch bildet sich bei ihm der amorphe erst in einer über dem Schmelzpunkt liegenden Temperatur. Amorpher Schwefel ist aber nicht beständig bei gewöhnlicher Temperatur, während der Uebergang in den krystallisirten Zustand durch Wärme bei beiden fast gleichzeitig (90°) erfolgt. Amorpher Schwefel ist unlöslich, krystallisirter löslich; amorphes Selen ist löslich, krystallisirtes der einen Form löslich, der beiden anderen Formen unlöslich. Aber keine Modification des Schwefels erscheint mit den physikalischen Eigenschaften eines Metalles (Wärme- und Elektricitätsleitung) wie die graue des Selens. Auch mit dem *Phosphor* lassen sich interessante Vergleiche anstellen, doch fehlt bei jenem noch manches zur Kenntniſs seiner Modificationen.

VIII. *Ueber die Umgestaltung des Vibroskops in ein Tonometer und über dessen Anwendung zur Bestimmung der absoluten Anzahl von Schwingungen; von Hrn. A. Terquem.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. *Compt. rend. T. LXXVIII, p.* 125.)

Durch das optische Studium der Schwingungen und die Construction des Vibroskops hat Hr. Lissajous die Akustik mit Untersuchungsmitteln ausgerüstet, die viel genauer sind, als die auf das Hören begründeten. Indeſs scheint diese optische Methode bis jetzt noch nicht bequem auf die Bestimmung der absoluten Schwingungs-Anzahl angewendet worden zu seyn. Ich habe geglaubt, daſs man zu diesem Zweck und mit seiner Hülfe ein Tonometer construiren könne, viel leichter als nach dem von Hrn. Scheibler erdachten Verfahren. Dieſs neue, wenigstens eben so genaue, Tonometer ist viel wohlfeiler, und man könnte es anwenden, um durch einfache Ablesung die Anzahl der Schwingungen irgend eines tönenden Köpers zu bestimmen, und zwar für eine sehr groſse Ausdehnung der musikalischen Scale.

Ich lieſs von Hrn. König vier Stimmgabeln verfertigen, versehen mit Läufern und am Ende einer ihrer Zinken, wie die Stimmgabel des Vibroskops, mit einer kleinen biconvexen Linse, die als Objectiv diente. Diese Stimmgabeln können nach einander auf demselben Gestell befestigt werden, welches das Ocular trägt. Durch Verschiebung der Läufer kann man alle Töne zwischen ut_2 (128 Doppelschwingungen) und ut_3 erhalten; überdieſs sind einige Töne zweier einander unmittelbar folgenden Stimmgabeln gemeinschaftlich. Diese Stimmgabeln sind von Hrn. König, nach seinem Tonometer, so getheilt, daſs wenn man die Läufer um den Zwischenraum zweier Striche verschiebt, der Ton sich um zwei Doppelschwingungen ändert. Allein ich betrachte diese Theilung nur als eine ganz willkürliche,

die durch jede andere mittelst einer Theilmaschine ausgeführte ersetzt werden könnte. Ich werde diesen Stimmgabeln den Namen *Hauptstimmgabeln* (*diapasons etalons*) beilegen.

Anderseits habe ich andere nicht graduirte Stimmgabeln, die aber gleichfalls mit Läufern versehen sind, welche von ut_2 bis ut_3 gehen. Zwei sind genügend, weil man vorräthige Läufer daran befestigen kann. Ich werde diese Stimmgabeln *Hülfsstimmgabeln* nennen.

Die erste Haupt- und die erste Hülfs-Stimmgabel werden auf zweckmäſsigen Gestellen, vor einander, in einer selben Horizontalebene und unter rechtem Winkel aufgestellt; überdieſs geschehen die Schwingungen der Hauptstimmgabel, die als Vibroskop dient, wie gewöhnlich in einer Vertikalebene, während die Hülfsstimmgabel in einer Horizontalebene schwingt.

Um die Curven, welche aus der Coëxistenz der beiden, gegen einander rechtwinkligen Schwingungsbewegungen leicht auf dem Endquerschnitt einer der Zinken der Hülfsstimmgabel wahrnehmen zu können, sind mittelst Gummi einige Flitterchen sehr fein gepulverten Antimons darauf befestigt. Die Facetten dieses krystallinischen Pulvers schief beleuchtet durch Lampe und Linsen, bilden Lichtpunkte von groſsem Glanz und äuſserster Feinheit. Nachdem man den Läufer der Hauptgabel auf den ersten Strich der Theilung eingestellt hat, bringt man die Hülfsgabel genau in Einklang mit der ersteren und durch Verschiebung der Läufer, auf welchen man zuletzt kleine Stücke Wachs befestigt; man leitet sich bei dieser Operation offenbar auf die Transformationen der aus der Coëxistenz der Schwingungen entstehenden elliptischen Curve und hält ein, wenn diese nach und nach sehr langsam abnimmt, ohne die Form zu ändern.

Hierauf verschiebt man den Läufer der Hauptgabel so weit, daſs man ungefähr jede Secunde eine Schwingung bekommt und bestimmt mittelst eines Zählers (*compteur à pointage*) genau die Dauer von wenigstens 50 Schwebun-

gen, unter Beobachtung der Oscillationen der elliptischen Curven. Unter guten Umständen schwankt die gesammte Dauer von 50 Schwebungen bei mehren successiven Bestimmungen kaum um eine halbe Secunde, was eine Annäherung von 0,01 Secunde für jede Schwebung giebt und folglich erlaubt die Anzahl der Schwingungen auf wenigstens 0,01 zu bestimmen. Man verschiebt alsdann den Läufer der Hülfsgabel bis Einklang hergestellt ist, was man durch die Unveränderlichkeit der erzeugten Curve ersieht. Man stellt hierauf den Läufer der ersten Hauptgabel auf den zweiten Strich der Theilung und bestimmt aufs Neue die Dauer der erzeugten Schwebungen.

Auf derselben Weise fährt man mit der successiven Verschiebung der Läufer beider Stimmgabeln fort, bis man zu einem von ut_2 so entfernten Ton, z. B. mi_2 gelangt, der mit dem Ton ut_2 eine ziemlich einfache akustische Curve (4 : 5) giebt. Ist somit die Hülfsstimmgabel, durch successives Anhalten, in Einklang mit dem Ton mi_2 gebracht, so führt man den Läufer der Hauptstimmgabel auf den ersten Strich zurück und untersucht, ob der Ton mi_2 vollkommen richtig ist; und wenn ein Unterschied da ist, bestimmt man ihn durch die Dauer der Oscillationen der akustischen Curve. Die gesammte (ihrer Dauer umgekehrte) Anzahl von Schwebungen in der Secunde, welche man durch das successive Verschieben der Läufer beobachtet hat, giebt den Unterschied der Schwingungsmengen der Töne ut_2 und mi_2, von denen man das Verhältniſs hat, was dem von Scheibler für die Construction des Tonometers gegebenen Princip conform ist und erlaubt, die absolute Anzahl von Schwingungen von ut_2 zu berechnen.

Auf solche Weise fährt man fort, bis man zu ut_3 gelangt, auf welchem Wege man zahlreiche Merk- und Prüf-Punkte in einfachen Intervallen, wie Quarte, Quinte, Sexte usw. antrifft. So findet man endlich für jeden Strich der Theilung auf der Hauptstimmgabel die entsprechende, absolute Zahl von Schwingungen.

Die einzige praktische Schwierigkeit, die mir begegnet

ist und die ich glaube bald übersteigen zu können, bietet die Befestigungsweise der Läufer auf den Stimmgabeln dar. In der That müssen diese auf eine ganz unverrückbare Weise befestigt seyn, so dafs sie, wenn die Stimmgabel in Schwingung versetzt wird, keine Höhenveränderung erleiden, was nicht immer geschieht, obwohl die beobachteten Unterschiede sehr gering sind; zweitens mufs man die Länfer mathematisch in dieselbe Lage versetzen.

Ich habe bereits eine gewisse Anzahl der von Hrn. König auf meine Stimmgabeln gezogenen Theilstriche nach seinem Tonometer geprüft und habe nur Unterschiede gefunden, die nicht einige Hunderttheile der Schwingung pro Secunde übersteigen, was zeigt, welchen Grad von Zutrauen man in die mit seinem Tonometer gemachten Bestimmungen setzen kann.

Nach dieser Methode wird man auch leichter als nach der älteren, jedoch nicht ohne anhaltende Aufmerksamkeit und ohne viele Bestimmungen, das Intervall von ut_2 bis ut_3 in Töne theilen können, die um zwei Schwingungen oder, wenn man es wünscht, selbst um eine einzige verschieden sind. Jedenfalls wird dasselbe Verfahren gestatten, durch Anwendung von Hülfsstimmgabeln mit Läufern, die Genauigkeit der Theilung der in Form von Vibroskopen aufgestellten Hauptstimmgabeln zu prüfen und eine Correctionstafel zu entwerfen, wenn die Abtheilungen nicht vollkommen genau sind.

Ist das Vibroskop-Tonometer einmal construirt und verificirt, so reicht es hin, um die Höhe irgend eines Tones zu bestimmen, eine der Stimmgabeln, die zu demselben gehören, neben dem vibrirenden Körper aufzustellen, so dafs die Vibrationen rechtwinklig auf einander sind. Auf diesem letzteren Körper, sey er nun ein Stab, eine Platte, eine Saite usw. oder selbst die Membran eines Phonotoskops, befestigt man einige Flitterchen des Antimonpulvers, und verschiebt nun die Läufer bis man eine akustische Curve von wohl erkennbarer Form erhält, eine solche

wie die, welche aus Schwingungen im Verhältnifs 1 : 2, 1 : 3, 1 : 4, 1 : 5 usw. entspringen würde. Ist der untersuchte Ton höher oder tiefer als die, welche das Intervall von ut_2 bis ut_3 umschliefst, so ist es nicht einmal nöthig, eine absolute Fixität der Curve zu erhalten. Denn, wenn man die Dauer der Periode der Wiederkehr derselben Curve bestimmt, erfährt man den Unterschied zwischen der Schwingungs-Anzahl des Tons und desjenigen, der bei jener Fixität statthaben würde.

Mit diesem Tonometer bin ich Willens, das Studium der Schwingungen rigider Körper, besonders Platten, mit mehr Genauigkeit, als man es bisher vermochte, wieder aufzunehmen, um so, wenn es möglich ist, die so oft besprochene Frage aufzuhellen, wie der Ton in Körpern fortgepflanzt werde, die wenigstens zwei Dimensionen von gleicher Gröfsenordnung darbieten.

IX. *Ueber einen einfachen Apparat zur Erzeugung von Ozon durch Elektricität von hoher Spannung; von Prof. Arthur W. Wright.*

(*Americ. Journ. of Science etc. Sér. III, Vol. IV, p.* 26.)

Erfahrung hat gezeigt, dafs bei der Ozonbildung durch Elektricität am meisten Sauerstoff bei einer stillen oder glimmenden Entladung ozonisirt wird, und die Mehrzahl der Apparate, um dieses zu bewirken, sind auch so eingerichtet, dafs man den Sauerstoff langsam durch einen von solcher Entladung durchströmten Raum fliefsen läfst. In v. Babo's Apparat, so wie in denen von Siemens und Houzeau sind die metallischen Conductoren durch Glas und eine Luftschicht getrennt. Durch inducirende Wirkung der geladenen Metallflächen wird die Luft da-

zwischen auf ihren beiden Seiten mit entgegengesetzter Elektricität geladen und gleichzeitig mit der Entladung der Pole durch den Draht des Gewindes findet durch die Luft hin eine Entladung statt, nicht in Form von Funken, sondern diffuse als purpurfarbenes glimmendes Licht, welches nur im Dunklen sichtbar ist.

Dieser Apparat gelingt am besten mit Elektricität von verhältnifsmäfsig niederer Spannung. Bei Anwendung einer Holtz'schen Elektromaschine erfolgt die Entladung hauptsächlich in Funkenform und sie kann selbst Glas durchdringen und durchbohren; der Apparat mufs dann verändert werden, um die besten Resultate zu geben.

Wenn die Pole der Maschine hinlänglich von einander entfernt sind, geht die Elektricität zwischen ihnen entweder in Form eines den ganzen Abstand bespannenden Büschels über oder als sehr kleiner Büschel auf dem negativen Pol und als Glimmlicht auf dem positiven, wobei der intermediäre Raum nicht sichtbar erleuchtet ist. Diefs ist die sogenannte dunkle oder stille Entladung, welche, wenn geeignete Gegenstände dazwischen eingeschaltet sind, die Erscheinungen des elektrischen Schattens darbietet, wie in einem früheren Aufsatz beschrieben ist [1]). Wenn diefs geschieht, zeigt der starke Geruch, dafs ein beträchtlicher Theil des atmosphärischen Sauerstoffs in Ozon verwandelt worden ist.

Geschieht diese Entladung in einem geschlossenen Raum, durch welchen Luft oder Sauerstoff getrieben werden kann, so wird die ozonisirende Wirkung der Elektricität nutzbar gemacht. Der von mir angewandte Apparat, welcher sehr befriedigende Resultate gab, besteht aus einer geraden Glasröhre von etwa 20 Centm. Länge und 2,5 Centm. innerem Durchmesser, verschlossen an beiden Enden durch Korke, die auf der Innenseite dünn mit Cement überzogen sind, um sie vor der Wirkung des Ozons zu schützen. Durch die Axe eines jeden Korks ist eine Glasröhre von

1) *American Journ. Ser. II, Vol. XLIX*, p. 381 *et Ser. III, Vol. I*, p. 437.

etwa 5 Mllm. Dicke und 7 Centm. Länge gesteckt, die in der Mitte eine winkelrechte Seitenröhre von solcher Länge hat, dafs auf sie eine Kautschukröhre geschoben werden kann. Die äufseren Enden der Röhren sind ihrerseits dicht verschlossen durch Korke, durch welche gerade dicke Kupferdrähte gehen, welche an den inneren Enden geeignete Pole tragen und an dem äufseren zu Ringen gekrümmt sind. Sie sind vorgerichtet, so dafs sie dicht schliefsen, jedoch sich verschieben lassen, um den Abstand zwischen ihren inneren Enden verändern zu können. Der eine dieser Drähte trägt eine kleine Kugel, der andere eine Scheibe mit abgerundetem Rande, winkelrecht gegen die Axe der Röhre, und so grofs, dafs ringsherum ein ringförmiger Raum von 2 bis 3 Mllm. Breite bleibt. Das Gas tritt durch einen der seitlichen Arme ein und entweicht aus dem andern, nachdem es die ganze Länge der Röhre durchstrichen hat.

Beim Gebrauch des Apparats müssen die Drähte so mit den Polen der Maschine verbunden werden, dafs die Scheibe der negative Pol wird, da bei dieser Einrichtung der Strom am ausgebreitetsten und diffusesten wird. Dreht man die Maschine und stellt Kugel und Scheibe in richtigen Abstand, so umgiebt sich die letztere mit einem den Raum zwischen ihr und der Röhrenwand ganz erfüllenden Lichtnebel, während im zwischen Kugel und Scheibe befindlichen Theil der Röhre unzählbare neblige Streifen gegen den positiven Pol convergiren oder dieser sich mit einem schwachen Glimmlicht bedeckt. Ein in die Röhre gesandter Strom von Luft oder Sauerstoff mufs durch diese Elektricität hindurch und somit wird Ozon sehr rasch und in grofser Menge erzeugt. Leidener Flaschen werden hiebei natürlich nicht angewandt.

Es scheint vortheilhaft zu seyn, den Sauerstoff in der Röhre vom negativen Pol zum positiven streichen zu lassen, denn das Gas, durch welches die Entladung geht, wird in entgegengesetzter Richtung fortgeführt, wie leicht ersichtlich ist, wenn man eine Kerzenflamme oder eine

dünne Rauchsäule zwischen die Pole der Maschine bringt. Flamme und Rauch werden abgelenkt und gegen den negativen Pol geführt. Wird das Gas in der erwähnten Richtung eingelassen, so wird es in seinem Fluſs etwas gehemmt und länger unter dem Einfluſs der Elektricität gehalten.

Einige mit diesem Apparat angestellte Versuche werden eine Idee von seiner Wirksamkeit geben. Hundert Cubikcentimeter Wasser wurden in ein Probeglas gegossen und 20 Tropfen einer starken Indigolösung hinzugefügt, wodurch es eine tiefblaue Farbe erhielt. Unter einem Wasserdruck von 3 Zoll wurde Luft durch den Ozonisirungs-Apparat getrieben und in die Lösung geleitet. Wurde nun die Elektromaschine in Thätigkeit gesetzt und so rasch gedreht, daſs sie beinahe das Maximum ihrer Wirksamkeit gab, so verlor die Lösung ihre blaue Farbe in weniger als vier Minuten gänzlich. Blaue Lackmuslösung wird unter gleichen Umständen blaſs nelkenroth, erfordert aber dazu eine viel längere Zeit.

Wendet man Schönbein's Probelösung an, so entsteht die tief blaue Farbe sogleich, allein die Lösung ist zu dick, um gut zu arbeiten, wenn bei ihrer Anfertigung das Stärkemehl zu sehr oder zu lange erhitzt worden ist. Ein besseres Verhältniſs ist: ein Gewichtstheil Jodkalium, 10 Theile Stärkemehl und 5000 Thl. Wasser. Dadurch erhält man eine milchige Flüssigkeit, die hinlänglich beweglich ist, wenn die ozonisirten Luftblasen durch sie hinstreichen. Als man 100 Cubikcentm. dieser Lösung nahm und Luft durch den Apparat leitete, erschien bei Anwendung der Elektricität die blaue Farbe sogleich und war nach 30 Secunden ganz tief.

Mit trocknem Sauerstoff sind die Wirkungen viel rascher und merkwürdiger. Wie zuvor wurden 100 Centm. der Lösung angewandt. So wie die Maschine in Thätigkeit gesetzt wurde, färbte sich die Flüssigkeit am Ende der Zuleitungsröhre tief blau, und innerhalb 10 bis 15 Se-

kunden hatte sie durchweg eine gleichförmige und intensive blaue Farbe angenommen.

Da die sommerliche Feuchtigkeit die Wirksamkeit der Elektromaschine etwas schwächte, so hatte ich keine Gelegenheit, den auf diese Weise erzeugten Procentgehalt an Ozon zu bestimmen, allein er scheint sehr groſs zu seyn. Wenn trockner Sauerstoff sehr langsam durch die Röhre geleitet wird, erzeugt das ausströmende Gas beim Einathmen eine schmerzhafte brennende Empfindung in den Lungen und heftigen Husten, der beträchtlich lange anhält.

Bei Anwendung von Sauerstoff fand sich, daſs die Elektroden viel weiter von einander entfernt werden müssen als bei Luft nöthig ist, sonst springen Funken über und zerstören einen groſsen Antheil des schon gebildeten Ozons. In Luft konnte die Schlagweite der Funken des Apparats nicht über 7 Centimeter getrieben werden; allein in Sauerstoff stieg sie bis auf 11,5 Centm. Hatte man die Röhre mit Luft gefüllt und standen die Pole 7 bis 8 Centm. auseinander, so war die Entladung eine stille; ließs man aber Sauerstoff hinein, so erschienen sogleich Funken.

Die Menge der zu diesen Versuchen angewandten Lösung war viel gröſser als erforderlich ist um die charakteristischen Reactionen des Ozons einem Collegio von mäſsiger Gröſse zu zeigen. Die Hälfte oder ein Drittel derselben würde vollkommen genügen und zugleich die zur Reaction erforderliche Zeit abkürzen. Die groſse Menge des Ozons, die Leichtigkeit und Schnelligkeit, mit welcher es erzeugt wird, machen diesen Apparat besonders zu Vorlesungen geeignet.

X. *Spectroskop mit fluorescirendem Ocular; von J. L. Soret.*

(*Arch. d. sciences phys. etc., Avr.* 1874.)

Zur Beobachtung des ultra-violetten Theils des Spectrums hat man hauptsächlich zwei Methoden angewandt.

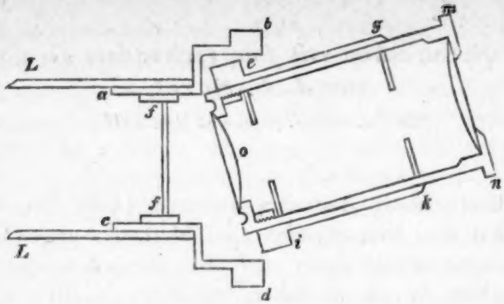
Die eine besteht darin, dafs man denselben photographirt. Man bringt die zubereitete Platte in ein gewöhnliches Spectroskop an, dort wo sich in der Regel das Fadenkreuz des Fernrohres befindet. Man erhält dadurch ein äufserst zartes Bild vom Spectrum und bei einiger Uebung kann man die Ablenkung der Linien genau messen. Allein die Operation ist im Ganzen immer langwierig und verwickelt.

Die zweite Methode besteht darin, dafs man das Spectrum auf eine fluorescirende Substanz projicirt. Der ultraviolette Theil desselben wird dann sichtbar. Allein die Beobachtung mufs in einem vollständig dunklen Zimmer gemacht werden und eignet sich nur schwierig zu Winkelmessungen.

Das Verfahren, welches ich hier angeben werde, obwohl nur eine Modification dieser zweiten Methode, scheint mir in gewissen Fällen mit Vortheil angewandt werden zu können.

Es besteht darin, dafs man eine Platte von einer durchsichtigen und fluorescirenden Substanz in das Fernrohr eines Spectroskopes bringt, im Brennpunkt des Objectivs, und das Spectrum mit einem gegen die Axe des Fernrohrs geneigten Ocular beobachtet.

Diese Vorrichtung kann den gewöhnlichen Spectroskopen leicht angepafst werden. Man nimmt das Ocular, dessen man sich für gewöhnlich bedient, fort, und ersetzt es durch ein Dispositiv, welches man *fluorescirendes Ocular* nennen kann und in umstehender Figur abgebildet sieht.



Es besteht aus einem Messingstück *abcd*, gebildet aus einem Ring *bd*, der an das eine Ende der Röhre *ac* gelöthet ist, die sich in dem Fernrohr *LL* verschieben läſst, und bei *ff* die in einer Fassung befestigte fluorescirende Platte trägt. Ein zweites Stück *egik*, ist ebenfalls gebildet aus einem am Ende der Röhre *gk* festgelötheten Ringe *ei*, dessen Durchmesser aber kleiner ist, als der des Ringes *bd*. Diese beiden Stücke sind auf folgende Weise mit einander verknüpft. Der Ring *ei* ist concentrisch zum Ringe *bd* angebracht und an demselben befestigt durch die Spitzen zweier (in der Figur nicht abgebildeten) Schrauben, die sich an den Enden des horizontalen Durchmessers beider Ringe befinden und somit eine durch den Punkt *o* der Figur gehende Axe bilden. Das Stück *egik* ist drehbar um diese Axe und gegen die allgemeine Axe des Fernrohrs des Spectroskops geneigt. Eine (in der Figur nicht dargestellte) zweckmäſsig angebrachte Druckschraube erlaubt *egik* in jeder beliebigen Stellung fest zu halten. In die Röhre *gk* des beweglichen Stücks wird ein gewöhnliches Ocular *mno* (das des Spectroskops, wenn dessen Brennweite dazu paſst) eingefügt und so ajustirt, daſs man die fluorescirende Platte deutlich sieht. Zwei feine, sich rechtwinklig schneidende Linien können mit einem Diamant in die fluorescirende Platte eingerissen werden. Dieselben dienen dann als Fadenkreuz. Damit man die fluorescirende Platte in den Brennpunkt des Objectives des Fernrohrs

des Spectroskops bringen könne, mufs dieses so eingerichtet seyn, dafs die Röhre, welche das Ocular trägt, hinreichend weit in die Röhre eingeschoben werden kann, welche das Objectiv trägt. Als fluorescirende Platte kann man entweder Uranglas anwenden oder verschiedene Flüssigkeiten, die zwischen zwei sehr dünnen, wenig (1 bis 1,5^{mm}) von einander abstehenden Gläsern enthalten sind.

Will man diesen Apparat zur Beobachtung des Sonnenspectrums anwenden, so läfst man auf den Schlitz des Spectroskops ein Strahlenbündel fallen, verdichtet durch eine Sammellinse von langer Brennweite, am besten von Quarz. Es ist auch vortheilhaft, die hellsten Strahlen des Spectrums durch ein blaues Kobaltglas aufzufangen. Man stellt das Ocular *mno* ein, ohne es zu neigen, und richtet dann das Fernrohr auf den brechbarsten Theil des sichtbaren Spectrums. Die Gegenwart der fluorescirenden Platte hindert nicht die Beobachtung des leuchtenden Spectrums, vielmehr sieht man deren Linien deutlich. Allein bei dieser Stellung des Oculars erkennt man das auf der Platte entstandene fluorescirende Spectrum sehr schlecht. Um es deutlich zu sehen, mufs man das Ocular neigen und es in die in der Figur angedeutete Lage bringen. Man gewahrt dann nicht mehr das leuchtende Spectrum, aber man sieht sehr gut das fluorescirende von gleichförmiger Farbe, durchzogen von schwarzen Linien. Man kann diese Linien mit den auf der Platte gezogenen gekreuzten Strichen in Coïncidenz bringen und ihre Ablenkung messen.

Ich habe verschiedene fluorescirende Platten versucht.

Mit Uranglas ist das fluorescirende Spectrum sehr sichtbar, von der Linie *G* an; es ist sehr intensitv gegen *H*; die vier Striche *M* sind auch noch sichtbar, aber darüber hinaus ist es weniger deutlich.

Mit doppelt-schwefelsaurem Chinin ist das Spectrum sehr schön und zeigt weit mehr Glanz; es erstreckt sich nur sehr wenig in den sichtbaren Theil hinein, bis etwa *h*. Man unterscheidet sehr deutlich die Linien bis zur Gruppe *N* und selbst ein wenig darüber hinaus.

Das wenig concentrirte Aesculin schien mir das intensivste Spectrum zu geben. Man unterscheidet sehr deutlich die Linie *N* und selbst *O*. Das Spectrum erstreckt sich in das Violett hinein, etwas weiter als es beim Chinin der Fall ist[1]).

Das Naphthalin-Rosa (*Magdala*) etwas concentrirt giebt für die ultra-violette Portion jenseits *M* weniger gute Resultate; allein das Ansehen des fluorescirenden Spectrums in dem den direct sichtbaren Strahlen entsprechenden Theil ist sonderbar; fast von *D* bis *M* unterscheidet man alle Linien mit vollkommener Deutlichkeit.

Uebrigens hängt das Ansehen nicht bloſs ab von der fluorescirenden Substanz und deren Concentrationsgrad, sondern auch von mehren anderen Umständen. Die Lebhaftigkeit des Sonnenlichtes hat einen groſsen Einfluſs. Ist der Himmel nicht sehr rein oder die Sonne ihrem Untergang nahe, so verliert das Spectrum viel an Intensität. Die Natur des Prismas wirkt auch stark ein. Mit einem und selbst mit zwei Prismen von weiſsem Flintglase sieht man eine ausgedehnte Strecke des ultra-violetten Spectrums, besonders wenn man das Strahlenbündel dicht an der Kante des Prismas durchgehen läſst. Das schwere Flintglas absorbirt bekanntlich die ultra-violetten Strahlen. Ebenso verhält es sich mit den Prismensystemen in den Spectroskopen mit gerader Durchsicht. Ohne Zweifel würde man mit Prismen und Linsen aus Quarz oder Kalkspath ein ausgedehnteres Spectrum bekommen.

Anlangend die Anwendung dieses Verfahrens auf das Studium der ultra-violetten Spectren der Metalle, so habe ich nur eine kleine Anzahl von Versuchen gemacht, die nicht ganz befriedigend ausfielen. Als ich die Funken des Rühmkorff'schen Apparats, mit Hinzufügung einer Leidner Flasche, zwischen Elektroden aus verschiedenen Me-

1) Es ist vortheilhaft, wenn das leuchtende und das fluorescirende Spectrum einen Theil gemeinschaftlich haben, weil man sich dann von der Coïncidenz der Lage einer direct und einer durch Fluorescenz gesehenen Linie überzeugen kann.

tallen überschlagen liefs, gelang es einige Linien zu erkennen. So z. B. sah ich mit Magnesium die ultra-violette Linie nahe bei $L(\lambda = 0{,}00380)$ und mit Kadmium eine bei N (warscheinlich die neunte Linie des von Hrn. Mascart beschriebenen Spectrums, $\lambda = 0{,}00361$). Allein die Intensität war schwach und es würde nicht möglich gewesen seyn, genaue Winkelmessungen zu machen. Zwar hätten die von mir angewandten Entladungen stärker seyn können, und die Mittel zum Concentriren des Lichts in dem Schlitz des Spectroskops liefsen auch zu wünschen übrig. Es ist daher wahrscheinlich, dafs man durch Vervollkommnung des Verfahrens zu besseren Resultaten gelangen werde.

Kurz, diese Methode scheint mir, besonders bei Sonnenlicht, anwendbar zu seyn. Sie macht das Spectrum von H bis N mit grofser Deutlichkeit sichtbar, ohne dafs es nöthig wäre, in einem vollkommen dunklen Zimmer zu arbeiten; sie erlaubt auch leicht, Winkelmessungen zu machen. Ohne Zweifel ist sie weniger empfindlich als die photographische Methode, allein sie ist viel rascher Ich glaube, dafs man sie zu gewissen Bestimmungen mit Nutzen anwenden könne, z. B. zur Messung der Brechungsindexe verschiedener Substanzen für sehr brechbare Strahlen und zur Absorption dieser Strahlungen in verschiedenen Mitteln.

XI. *Ueber die Umwandlung des gewöhnlichen Phosphors in amorphen durch Einwirkung der Elektricität.*

In dem Anzeiger der Kaiserl. Akademie zu Wien, 1874, No. 9 giebt Hr. Prof. v. Schrötter folgende Notiz von dieser durch Dr. Geifsler entdeckten Umwandlung.

Hr. Dr. Geifsler hat schon im Jahre 1860 zu zeigen versucht, dafs die Elektricität für sich diese Umwandlung bewirkt und hatte die Güte, mir bei seiner Anwesenheit in Wien zur Zeit der Weltausstellung einige dieser Glasapparate zu übergeben.

Der einfachste dieser Apparate ist eine evacuirte Glasröhre von etwa 35 Centm. Länge und 2 Centm im Durchmesser, an deren Enden die Leitungsdrähte in besondern Ansätzen angeschmolzen waren, so dafs dieselben beim Versuche mindestens 45 Centm. von einander abstanden. Die Röhre war mit Phosphordämpfen von sehr geringer Spannung erfüllt. Nach dem Versuche waren ihre Wände mit einer bräunlich-rothen bis ins Goldgelbe spielenden dünnen Schicht von amorphem Phosphor überzogen, die noch überdiefs an vielen Stellen die Farben dünner Körper zeigte.

Der zweite, zu dem gleichen Zwecke dienende Apparat, ein Meisterstück der Glasbläserkunst, hat die Form und Gröfse eines becherförmigen Champagnerglases, das doppelwandig ist. Die auf den inneren Flächen der Wände vertheilte dünne Schichte von amorphem Phosphor spielt in allen Farben dünner Körper und giebt dem Glase ein gefälliges Aussehen.

Der dritte, noch künstlicher ausgeführte Apparat ist bestimmt zu zeigen, dafs die Umwandlung des Phosphors schon durch die inducirende Wirkung des Stromes eintritt. Zu diesem Behufe münden die beiden Aluminium-Leitungsdrähte in evacuirte Kugeln, in denen sich kein Phosphor befindet. Diese Kugeln werden von anderen umschlossen, die durch eine 40 Mm. lange, 1 Mm. weite Röhre verbunden sind. Die so gebildeten, ebenfalls evacuirten Zwischenräume enthalten den Phosphor, der also von den Leitungsdrähten durch eine Glaswand vollkommen abgeschlossen ist. Die Entfernung der Leitungsdrähte beträgt 26 und der Durchmesser der äufseren Kugeln 5 Centm. Der Zwischenraum der Wände der Kugeln beträgt 5 Mm. Auch hier sind die Innenwände und zwar die innere Seite der

äufseren und die äufsere der inneren Kugel in gleicher Weise wie oben angegeben mit amorphem Phosphor überzogen. Nur in den engen Verbindungsorten hat sich kein Phosphor abgelagert.

Durch die angeführten Thatsachen ist wohl der beste Beweis hergestellt, dafs die Umwandlung des Phosphors in die amorphe Modification weder durch das Licht, noch durch die Wärme, welche den Strom begleitet, bewirkt wird, sondern dafs dies durch die Elektricität für sich geschieht.

Die lehrreichen Versuche, welche Hittorf schon im Jahre 1865 veröffentlicht hat (Pogg. Ann. Bd. 126, S. 195), wurden bei einer anderen Anordnung des Apparates angestellt, indem die in Glaskugeln von 6 bis 8 Centm. Durchmesser eingeschmolzenen Platindrähte nur einige Millimeter von einander abstanden, so dafs Funken überschlugen und die Erscheinung etwas anders, als hier beschrieben verlief; die von Hittorf daraus gezogenen Schlüsse waren aber dieselben.

Hoffentlich wird es mir möglich seyn, auf diesen Gegenstand ausführlicher zurückzukommen; für jetzt mögen die obigen Angaben genügen, die Aufmerksamkeit wieder auf denselben zu lenken.

XII. *Blitz-Spectra; von Th. Hoh.*

Nie sah ich die vom Blitze hervorgerufenen, zuerst durch Hrn. Kundt (diese Ann. Bd. CXXXV, S. 325) ebenso gut beschriebenen als erklärten Spectral-Erscheinungen so schön und genau, wie bei einem heftigen Gewitter, welches von WNW. nach SO. ziehend zwischen 5 und 6 Uhr Abends am 23. April über Bamberg sich entlud. Mein

Beobachtungsinstrument war ein kleines Spectroskop *à vision directe* von 9 Centm. Länge (ohne Fernröhre), dessen Spalte ungefähr $\frac{1}{4}$ Mm. weit geöffnet war. Indem ich es anhaltend auf die Gegend des Himmels richtete, wo nach der Gestaltung des Wolkenzuges die Blitze vornehmlich zu erwarten waren und zwar schon zu einer Zeit, da nur noch schwacher Donner das nahende Wetter verkündete, sah ich zuvörderst das düstere, aber in entschiedener Färbung ausgeprägte Spectrum mit den stärksten Fraunhofer'schen Linien. Drei oder viermal erschien im Gelb und Grün eine diffuse, doch wohl erkenntliche Aufhellung, welche jedesmal binnen 10 bis 15 Sec. von Donner gefolgt ward, demnach wohl mit Flächenblitzen in Zusammenhang gebracht werden dürfte. Zu dieser Zeit stand die Wetterwolke noch am westlichen Himmel, zog indeſs bald über meinen Standpunkt hinüber und kam dann südöstlich zur Haupt-Entladung von einer in hiesiger Gegend fast unerhörten Stärke. Indem ich über eine Viertelstunde lang das Spectroskop auf den Schauplatz des elektrischen Processes richtete, constatirte ich zehnmal die Spectralzeichen des Blitzes. In drei Fällen beschränkte sich das Phänomen auf eine lebhafte Aufklärung und Verbreiterung der grünen Zone über einen Theil der blauen (kein eigentliches Bandenspectrum), in zweien auf eine scharf begränzte Hervorleuchtung der gelben Natriumlinie und einer schwächeren im Roth. In den fünf anderen Fällen dagegen kam es zu einer völlig exacten Darstellung ebenso heller als scharfer Blitzspectra von linearer Form und seltener Schönheit. Unter dem Glanze der feinen Linien verschwand natürlich der locale Farbenton, doch ihre Stellung in der zugehörigen Spectralzone konnte sicher markirt, ihre Menge freilich bei nur momentaner Existenz höchstens annäherungsweise geschätzt werden. Ich glaube gezählt zu haben stets zwei bis drei Linien im Roth, je eine in Gelb und Orange, drei bis vier im Grün, zweimal auch eine im Violett. Die brillanteste Erscheinung aber gab der 20 Minuten vor 6 Uhr von einem betäubenden Donnerschlag gefolgte Blitz, indem

hier zu den vorerwähnten Lichtstreifen noch eine aus etwa fünf Linien bestehende Gruppe im Blau hinzutrat. Dieser Blitz hat in der Stadt gezündet; da bald darauf Feuerlärm erscholl, auch es anfänglich den Anschein hatte, als werde das Local des physikalischen Laboratoriums in nächster Nähe bedroht, mufste ich die Beobachtung einstellen. Uebrigens hörte das Gewitter selbst bald danach auf. Ein eigentliches Bandenspectrum habe ich, wie schon angedeutet, nicht gesehen, ob blofs aus localen Gründen oder weil die den elektrischen Büschel- und Glimm-Entladungen analogen Blitzformen fehlten, lasse ich unentschieden, und bemerke nur noch, dafs die den letzteren eigenthümliche violette Färbung grofser Flächen am Himmel gleichzeitig mit dem Auftreten der Zickzackbahn, wie ich an dem gleich nach Weglegung des Spectroskops gesehenen (vermuthlich ebenfalls einschlagenden) Blitze beobachtete, sich wohl verbinden kann, so dafs die Sichtbarwerdung des Linien- oder Banden-Spectrums bei demselben Ereignifs möglich wäre, und blofs davon abhängen könnte, ob ein Theil der Funkenbahn oder eine reflectirende Wolkenfläche in die Richtung der Spectroskopspalte fällt.

Bamberg, 24. April 1874.

XIII. *Photographirte Diffractionsgitter.*

Zur Darstellung solcher Gitter hat Hr. J. W. Strutt in den *Proceedings of the Roy. Soc. Vol. XX, p.* 414 ein Verfahren beschrieben, von welchem das *American Journ. of Science Sér. III, Vol. V, p.* 216 folgenden Auszug giebt.

Die geritzte Platte (Hr. Strutt bedient sich eines Nobert'schen Gitters, welches 3000 Linien auf den Zoll enthält) wird auf eine in gewöhnlicher Weise empfindlich gemachte Glasplatte gelegt und auf derselben ein gewöhn-

liches Negativ verfertigt. Es wurden sowohl feuchte, als trockene empfindliche Platten angewandt, mit nur geringem Unterschied in den Resultaten. Die photographirten Gitter gaben vortreffliche Spectra, die denen von geritzten Gittern nur wenig nachstanden. Im Laufe der Untersuchung wurden auch Platten überzogen mit einer Schicht von bichromatisirter Gelatine angewandt. Diese so dargestellten Gitter besaſsen einen hohen Grad von Durchsichtigkeit und erwiesen sich besser als die gewöhnlichen Photographien. Obwohl die Darstellung derselben einige Unsicherheit hatte, so schienen die besten sogar vorzüglicher zu seyn, als die Originale auf Glas. Sie gaben vortreffliche Spectra und die Begränzung der Linien war überraschend gut. Sie können sehr bequem in gewöhnlichen Spectroskopen angewandt werden, wenn man sie statt des Prismas in dieselben einsetzt. Ohne Zweifel lassen sich auf diese Weise Gitter von 6000 Linien auf den Zoll darstellen, für viel geringere Kosten als die geritzten. Da die Dicke des Glases, auf welchem sie angebracht sind, nur gering ist, so ist auch die Absorption der Lichtstrahlen sehr schwach. Für Untersuchungen über strahlende Wärme haben sie bedeutende Vortheile, da sie die kostbaren und unbequemen Bergkrystallprismen ersetzen können.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.